

Proposition de stage recherche en laboratoire 2017-2018

Titre : Identifications de régularités dans le problème des nombres de Schur

Description du sujet : Le problème des nombres de Schur "faibles" consiste à colorer les entiers consécutifs de l'intervalle $[1, \dots, n]$ avec k couleurs et n le plus grand possible, de telle sorte que jamais on ne donne la même couleur aux entiers x , y et $x + y$ quelque soient ces entiers. Par exemple, en notant 2 couleurs comme non-souligné et souligné, la coloration $\{1, 2, \underline{3}, 4, \underline{5}, \underline{6}, \underline{7}, 8\}$ est correcte pour l'intervalle $[1, \dots, 8]$, et par contre une énumération des 2^9 cas possibles montre qu'il n'existe pas de coloration correcte à 2 couleurs pour l'intervalle $[1, \dots, 9]$: donc n ne peut pas être plus grand que 8.

Quoique ce problème s'énonce simplement, sa résolution est très difficile et on ne connaît exactement l'intervalle maximum possible que pour 2, 3 et 4 couleurs. Pour 5 couleurs on suppose qu'on ne peut aller au delà de $[1, \dots, 196]$ et pour 6 couleurs le plus grand intervalle correctement coloré connu est $[1, \dots, 582]$ (obtenu au LISIC par vos encadrants [1]).

Un certain nombre de régularités dans les solutions optimales semblent pouvoir guider la recherche des colorations. Par exemple si l'on considère les nombres d'une même couleur, notons x le plus petit d'entre eux, alors généralement soit $x + 1$ est de couleur différente, soit $x + 1$ est de la même couleur et alors $x + 2$ est de couleur différente.

Ce mémoire étudiera la possibilité d'identifier des régularités de ce type en utilisant une technique d'intelligence artificielle appelée "Programmation Génétique" (PG), voir [2]. Selon l'avancement, les régularités détectées pourront être intégrées à une recherche Monte Carlo arborescente (MCTS – Monte Carlo Tree Search) existante pour tenter d'améliorer les meilleures valeurs connues de n dans les cas 5, 6 et 7 couleurs.

[1] Shalom Eliahou, Cyril Fonlupt, Jean Fromentin, Virginie Marion-Poty, Denis Robilliard et Fabien Teytaud. « Investigating Monte-Carlo Methods on the Weak Schur Problem ». In : Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization - 13th European Conference, EvoCOP 2013, Vienna, Austria, April 3-5, 2013. Proceedings. 2013, p. 191–201. doi : 10.1007/978-3-642-37198-1_17. url : https://doi.org/10.1007/978-3-642-37198-1_17

[2] Riccardo Poli, William B. Langdon et Nicholas Freitag McPhee. A field guide to genetic programming. (With contributions by J. R. Koza). Published via <http://lulu.com> et freely available at <http://www.gp-field-guide.org.uk>, 2008. url : <http://www.lulu.com/shop/riccardo-poli-and-william-b-langdon-and-nicholas-freitag-mcphee/a-field-guide-to-genetic-programming/ebook/product-17447670.html>.

Encadrant(s) :

- Virginie Marion, virginie.marion@univ-littoral.fr, équipe OSMOSE
- Denis Robilliard, denis.robilliard@univ-littoral.fr, équipe OSMOSE