

---

# Stratégies de placement de capteurs pour le filtrage état-paramètres d'un système spatio-temporel.

Laurent Bourgois <sup>1,2</sup>, Gilles Roussel <sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Univ Lille Nord de France, F-59000 Lille, France

<sup>2</sup> ULCO, LISIC, F-62228 Calais, France  
prénom.nom@lisic.univ-littoral.fr

---

*RÉSUMÉ.* Cette étude concerne un point particulier d'un travail plus global dont l'objectif est d'élaborer une modélisation semi-physique en combinant le déterminisme d'un modèle numérique d'écoulement de fluide avec une forme séquentielle d'apprentissage statistique des paramètres physiques et libres, à l'aide des observations du système. Le modèle semi-physique est donc un prédictif adaptatif afin d'estimer l'état d'un système dynamique complexe. Introduit dans un filtre de Kalman d'ensemble dual, ce modèle voit son incertitude progressivement diminuer, pour effectuer par exemple une assimilation de données dans les cas où le système est appréhendé majoritairement par les observations. Dans ce contexte, la prise de mesure revêt une grande importance pour l'apprentissage de l'ensemble du domaine d'un système spatio-temporel, le choix des sites de mesures ayant un impact sur l'incertitude associée à l'estimation. Nous proposons ici de définir une stratégie de placement des capteurs fixes ou mobiles, basée sur la réduction de variance des états estimés. Nous essayons ainsi différentes méthodes d'exploration à l'aide d'un capteur mobile. L'idée étant ensuite de pouvoir supprimer le capteur mobile en fin d'apprentissage. Ce travail a fait l'objet d'une thèse [BOU 10] et répond à une préoccupation en expansion ces dernières années, notamment dans le domaine de la modélisation et la surveillance de l'environnement et la gestion des risques.

ABSTRACT:

MOTS-CLÉS : Placement de capteurs, prédictif adaptatif, assimilation de données, réseau de surveillance

KEYWORDS:

---

## 1. Introduction

Cette étude s'inscrit dans l'objectif de permettre la surveillance du comportement fluide d'un système spatio-temporel à l'aide d'un réseau de capteurs. Elle vise en particulier l'assimilation de données pour l'estimation des champs de vent, puis pour l'estimation des concentrations de pollution. Notre approche s'est tournée vers un filtrage d'état sur la base d'un modèle semi-physique, lequel étant construit intrinsèquement sur les équations d'un modèle numérique d'écoulement, enrichi d'un certain nombre de paramètres libres que permet la discrétisation LBM.

La connaissance *a priori* des lois déterministes qui régissent le système étudié est introduite à l'aide d'un modèle de Navier-Stokes. Sa discrétisation numérique est réalisée selon l'approche *lattice Boltzmann method* (LBM) ou modèle de Boltzmann sur réseau, pour la simulation du mouvement des fluides [QIA 92], [CHO 02], [HE 97], [CHO 98], [SUC 01]. Evoluant dans le sens direct, ce modèle déterministe LBM est capable de représenter avec précision le comportement macroscopique d'un fluide en simulant la dynamique microscopique de ses particules. Sa variante *multiple relaxation time* (MRT) améliore non seulement la stabilité de la méthode [D'H 92], [LAL 00] mais permet en outre l'introduction de degrés de liberté supplémentaires qu'il s'agit d'identifier un peu à la manière des poids synaptiques d'un réseau de neurones.

La connaissance statistique est alors introduite dans le modèle en réalisant un apprentissage séquentiel de ces paramètres et une estimation du champ de vitesse du fluide à partir de mesures de terrain. La problématique est de d'élaborer une méthode efficace permettant d'intégrer les mesures afin que le modèle semi-physique puisse s'adapter au mieux au comportement réel du système. La faible densité spatiale des mesures, la grande quantité de données inhérentes aux problématiques environnementales, ainsi que la non linéarité du modèle de Boltzmann sur réseau, nous ont conduit à utiliser une estimation séquentielle de paramètres et des tats du système par un filtre de Kalman d'ensemble [EVE 94], [BUR 98], [EVE 03]. Une représentation mathématique du modèle de Boltzmann sur réseau à temps de relaxation multiples en un formalisme d'état standard pour la procédure d'estimation par filtrage récursif [BOU 09] a été définie. Afin d'estimer conjointement états et paramètres, une formulation duale état-paramètres basée sur l'adjonction d'un second filtre fonctionnant en simultané a permis de réduire le coût calculatoire en présence d'un vaste nombre de paramètres par rapport à une méthode classique d'estimation jointe [MOR 05].

## 2. Observatoire à géométrie variable

L'estimation sur un champ vaste des variables d'état et des paramètres du modèle spatio-temporel pose le problème de l'observation en présence d'un observatoire peu dense. En effet, la réduction du nombre de capteurs se traduit fatalement par une dégradation de la qualité d'estimation [SIR 08]. Cette perte de précision est liée à la diminution de la quantité d'information disponible pour estimer l'état. Dans le cas

des systèmes spatio-temporels linéaires, il est montré que le rang de la matrice d'observabilité d'un modèle de dispersion diminue lorsque le nombre de capteurs baisse [TER 01]. De plus, en présence d'un unique capteur mobile, le rang de la matrice d'observabilité diminue avec l'éloignement du capteur par rapport à l'origine du flux, ce qui peut conduire à une véritable insuffisance lorsque le placement n'est pas optimisé. Enfin, des travaux sur la perte de capteurs en surveillance de systèmes dynamiques ont permis d'analyser l'observabilité en fonction des ensembles de capteurs sans défaut [STA 99]. Dans le cas non linéaire, il est possible de relier la plus grande des valeurs propres du grammien d'observabilité, c'est-à-dire la plus grande des valeurs propres de la matrice semi-définie positive solution de l'équation de Lyapunov, à la qualité d'estimation du filtre considéré [STA 02]. Cette qualité peut également être mesurée en évaluant comme critère la variance des erreurs d'estimation [SIR 08]. Toutefois, ces différents critères ne rendent malheureusement pas compte des particularités spatiales de la qualité d'estimation. En effet, bien qu'il soit possible de détecter quels sont les capteurs dont la perte dégraderait le plus nettement la précision de l'estimation, aucune cartographie des incertitudes globales n'est établie. En d'autres termes, nous ne disposons pas d'indices permettant de positionner au mieux les capteurs. Dès lors, nous proposons d'ajuster l'observatoire en fonction de l'erreur d'estimation de la sortie propre à chaque cellule. Nous espérons ainsi compléter le manque d'information spatial d'un réseau d'observation très creux par l'adjonction d'un capteur mobile. Ce capteur mobile est alors chargé de compléter l'information manquante par un déplacement dans le temps selon une stratégie définie. A chaque nouvel instant d'observation, nous estimons la variance de l'erreur de sortie pour chaque site, c'est-à-dire la diagonale de la matrice de covariance de l'erreur d'analyse de la sortie  $\hat{P}_{yy,t+1}^a$ . Cette matrice s'obtient en exprimant tout d'abord l'ensemble des sorties analysées à l'instant  $t + 1$  à partir de l'ensemble des états corrigés à l'instant  $t + 1$  :

$$\mathbf{y}_{t+1}^{a,i} = h(\mathbf{x}_{t+1}^{a,i}), \quad i = 1, \dots, N_t \quad (1)$$

Dès lors, en introduisant  $\bar{\mathbf{y}}_{t+1}^a$  la moyenne empirique de l'ensemble des sorties analysées à l'instant  $t + 1$ , nous pouvons ensuite estimer la matrice de covariance de l'erreur d'analyse de la sortie à l'instant  $t + 1$  comme suit :

$$\hat{P}_{yy,t+1}^a = \frac{1}{N_t - 1} \sum_{i=1}^{N_t} \left( \mathbf{y}_{t+1}^{a,i} - \bar{\mathbf{y}}_{t+1}^a \right) \left( \mathbf{y}_{t+1}^{a,i} - \bar{\mathbf{y}}_{t+1}^a \right)^t \quad (2)$$

En toute rigueur, nous distinguons pour chaque site deux variances d'erreur qui correspondent respectivement à la composante selon  $x$  et à la composante selon  $y$  de la vitesse du fluide. L'idée consiste alors à définir une fonction d'incertitude dépendante de ces variances. Le capteur mobile désigne ensuite pour cible les cellules où la valeur de cette fonction est la plus élevée. En d'autres termes, nous envoyons le capteur mobile recueillir l'information en direction des emplacements où l'incertitude est la plus forte. Une fois le site d'intérêt localisé, le déplacement du capteur mobile peut s'effectuer de façon continue dans l'espace. Cette approche suggère l'emploi d'algorithmes d'évitement d'obstacles en présence de bâtiments. Par ailleurs, dans le cadre

de mesures effectuées à l'échelle d'un quartier par un véhicule instrumenté, seuls les déplacements sur route sont autorisés. Plusieurs itérations sont alors nécessaires au capteur pour atteindre le site désiré et un routage optimal doit être effectué. De nouvelles mesures peuvent alors être effectuées durant le trajet si la technologie du capteur le permet. Cependant, nous préférons éviter ce mode de déplacement du capteur mobile par souci de simplicité. En effet, l'objectif étant dans un premier temps de valider la méthode de filtrage appliquée au modèle de Boltzmann sur réseau semi-physique, nous optons plutôt pour une stratégie où aucune contrainte n'est imposée sur le déplacement. Dans ce cas, le capteur mobile est positionné instantanément sur la cellule où l'incertitude est la plus élevée après un certain temps au cours duquel plusieurs mesures ont été réalisées. Cela suppose un déplacement du capteur par sauts successifs lorsque les variances élevées consécutives sont dispersées spatialement. Bien entendu, cette stratégie est peu réaliste. L'intérêt est de pallier au manque d'information de manière quasiment instantanée et d'en observer l'impact sur la courbe de l'erreur de prédiction sur les sorties.

### **3. Application à l'écoulement de fluide en cavité entraînée**

#### **3.1. Motivations**

Nous considérons le problème standard de l'écoulement d'un fluide dans une cavité entraînée par une vitesse imposée sur l'une de ses parois. Nous nous limitons en particulier au cas d'une cavité bidimensionnelle carrée dont la paroi supérieure est animée d'une vitesse horizontale constante. Bien que cette configuration paraisse quelque peu restrictive, nous la traitons pour plusieurs raisons. Tout d'abord, il s'agit d'un cas d'école permettant de modéliser par une coupe transversale la vitesse de l'air dans une rue canyon. Les rues de type canyon sont des rues étroites bordées de bâtiments de part et d'autre de la chaussée. Paradoxalement, cette configuration est à la fois la plus fréquente dans les zones urbaines et la plus défavorable à une bonne dispersion des polluants par le vent. En effet, lorsque le vent vient de côté, les polluants émis près du sol tels que les gaz d'échappement des véhicules par exemple se retrouvent piégés dans un volume d'air réduit confiné entre deux barrières de bâti. Par ailleurs, différents types d'écoulements peuvent être mis en évidence en fonction du rapport entre la largeur de la rue et la hauteur des bâtiments. Dans le cas particulier de la cavité carrée, il s'agit d'un écoulement écremant.

#### **3.2. Description des simulations**

A ce stade de nos travaux, nous souhaitons appliquer l'algorithme du filtre de Kalman d'ensemble pour l'estimation duale état-paramètres au modèle de Boltzmann sur réseau semi-physique. En ce sens, quelques précisions concernant les différents paramètres de simulation doivent être apportées. Pour commencer, nous précisons la valeur des différents paramètres intervenant dans le modèle de Boltzmann sur réseau

appliqué à l'écoulement de fluide en cavité entraînée. Ces paramètres sont regroupés dans le tableau 1 et constituent, sauf mention contraire, la base de référence pour l'ensemble des tests. Dans le tableau 1, les paramètres physiques sont choisis de manière

Données numériques	
Longueur caractéristique	$L = 1 \text{ m}$
Vitesse de la paroi supérieure	$u_x = 1 \text{ m.s}^{-1}$
Viscosité cinématique	$\nu = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \text{ (air)}$
Densité de référence	$\rho_0 = 1,204 \text{ kg.m}^{-3} \text{ (air)}$
Nombre de Mach	$Ma = 0,1$
Nombre de nœuds selon $x$	$N_x = 32$
Nombre de nœuds selon $y$	$N_y = 32$
Paramètres de relaxation	$s_1 = 1,1$
	$s_2 = 1,1$
	$s_4 = 1,1$
	$s_6 = 1,1$

**Tableau 1.** Paramètres de simulation pour un écoulement en cavité entraînée.

à ce que le fluide considéré corresponde à l'air ambiant. Dès lors, la valeur du nombre de Reynolds associé à cet écoulement peut être calculé et se révèle être dans le cas présent de l'ordre de  $10^5$ . Par conséquent, il s'agit d'un écoulement turbulent et le modèle sous-maille de Smagorinsky se doit d'être appliqué pour des raisons de stabilité [HOU 96], [SMA 63], [CHO 98]. La valeur de la constante de Smagorinsky est choisie arbitrairement de sorte que  $C_{Smago} = 0,2$  pour l'ensemble des tests. Dans le modèle de Boltzmann sur réseau, le pas d'échantillonnage temporel  $\delta_t$  est déterminé en fonction des paramètres physiques au cours de la discrétisation par la méthode d'Euler explicite, et ce dans le respect des conditions de stabilité. Or, il est fréquent que ce pas d'échantillonnage temporel prenne des valeurs dont l'ordre de grandeur est très largement inférieur à la seconde, c'est-à-dire inadapté aux cadences d'échantillonnage de la plupart des capteurs classiques. Nous introduisons par conséquent pour les observations un second pas d'échantillonnage temporel  $\delta_{t'}$ , choisi volontairement de sorte que  $\delta_t \ll \delta_{t'}$ . Dès lors, en utilisant le vocabulaire propre à la notion de filtrage d'état, cela signifie que le filtre fonctionne en prédiction pure entre chaque instant d'observation. Enfin, pour la partie simulation, nous imposons la condition  $\delta_{t'} = 10 \delta_t$  et nous répartissons régulièrement 2000 observations dans l'intervalle de temps. Ces observations sont simulées en suivant un protocole classique. La première étape consiste à définir le vecteur d'état du système à l'instant initial  $\mathbf{x}_0$ . Dans le cas présent,  $\mathbf{x}_0$  n'est autre que le vecteur des moments à l'équilibre de l'ensemble du domaine calculé en considérant la densité de l'air ambiant et une vitesse nulle. Le schéma d'Euler explicite est ensuite appliqué à l'aide du pas d'échantillonnage temporel  $\delta_t$ . La fonction vectorielle non linéaire  $h$  nous fournit alors la sortie de référence à estimer. La dernière étape consiste à ajouter à chaque instant d'observation, c'est-à-dire tous les 10 pas de temps, un bruit de mesure de moyenne nulle et de matrice de covariance  $R$  afin de générer la suite d'observations. Naturellement, les vecteurs de cette suite ne sont pas exploités dans

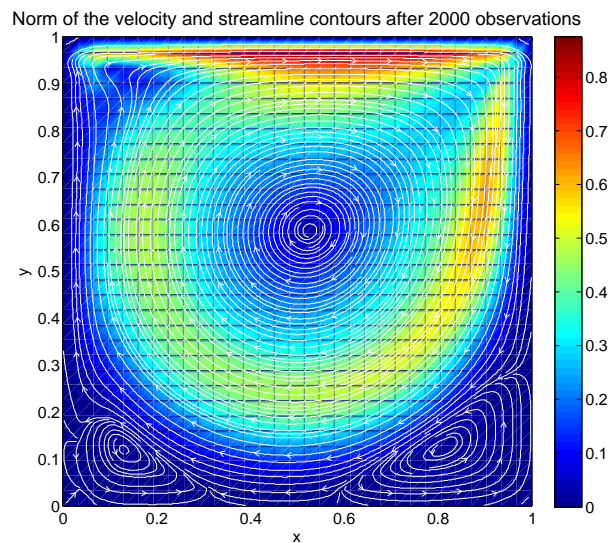
leur totalité durant l'estimation puisque seules les informations relatives à la position des capteurs entrent dans le processus de filtrage.

### 3.3. Protocole de tests

Nous souhaitons expérimenter l'impact de la stratégie de positionnement des capteurs fixes ou mobiles sur la qualité d'estimation du filtre. Pour ce faire, nous considérons une situation particulière dans laquelle les paramètres du modèle de Boltzmann sur réseau à temps de relaxation multiples sont tous connus afin de minimiser le nombre de degrés de liberté. Par contre, nous supposons qu'aucune information ne soit disponible en ce qui concerne la commande. En d'autres termes, la vitesse imposée sur la paroi supérieure de la cavité est inconnue. Dans ce cas, les composantes selon  $x$  et selon  $y$  de cette vitesse sont traitées comme des paramètres et doivent être estimées en même temps que les variables d'état. Pour cela, nous adoptons bien évidemment la méthodologie propre à l'estimation duale état-paramètres qui consiste à considérer deux filtres de Kalman d'ensemble fonctionnant en simultané et dont le nombre de tirages de Monte Carlo est fixé à  $N_t = 50$ . Nous rappelons par ailleurs que l'évolution des paramètres, c'est-à-dire dans le cas présent des composantes du vecteur commande, est mise en place de manière artificielle à l'aide d'une marche aléatoire. Cette marche aléatoire est générée à partir d'un bruit gaussien de moyenne nulle et de matrice de covariance  $Z = 1.10^{-8} I_2$ . Le vecteur d'état à l'instant initial est obtenu en ajoutant un bruit gaussien aléatoire de moyenne nulle et de matrice de covariance  $Q_0 = 1.10^{-4} I_{9N_n}$  au vecteur de référence. De la même manière, la commande à l'instant initial est générée aléatoirement en ajoutant un bruit gaussien de moyenne nulle et de matrice de covariance  $Z_0 = 1.10^{-3} I_2$  à la solution de référence. En ce qui concerne les mesures, la matrice de covariance de l'erreur d'observation est fixée à  $R = 1.10^{-7} I_{2N_n}$ . Dès lors, nous proposons d'estimer le rapport signal sur bruit afin d'évaluer la qualité de ces mesures. Cependant, la dynamique spatio-temporelle de ce type d'écoulement nécessite de définir un rapport signal sur bruit propre à chacun des sites du domaine. De cette manière, nous pouvons établir une sorte de cartographie de la qualité des mesures. Dans le cas présent, la valeur maximale du rapport signal sur bruit s'obtient au voisinage des sites où la norme de la vitesse est la plus élevée. A l'inverse, lorsque la norme de la vitesse est faible, ce rapport devient très petit, voire négatif, c'est-à-dire que le signal utile est complètement noyé dans le bruit. La valeur moyenne de ces rapports sur l'ensemble du domaine avoisine les 20 dB. Pour terminer, nous choisissons la matrice de covariance de l'erreur de modèle de sorte que  $Q = 1.10^{-7} I_{9N_n}$ . De cette manière, nous accordons autant de confiance au modèle qu'aux mesures. Dès lors, nous effectuons une série de quatre expériences dont l'unique différence porte sur la géométrie de l'observatoire.

#### 4. Résultats

La figure 1 représente la norme de la vitesse du fluide et les lignes de courant sur l'ensemble du domaine à l'instant final. Ces valeurs sont obtenues directement à partir de la sortie de référence qu'il s'agit par ailleurs d'estimer à l'issue des 2000 observations. En ce qui concerne la dynamique de cet écoulement, nous remarquons

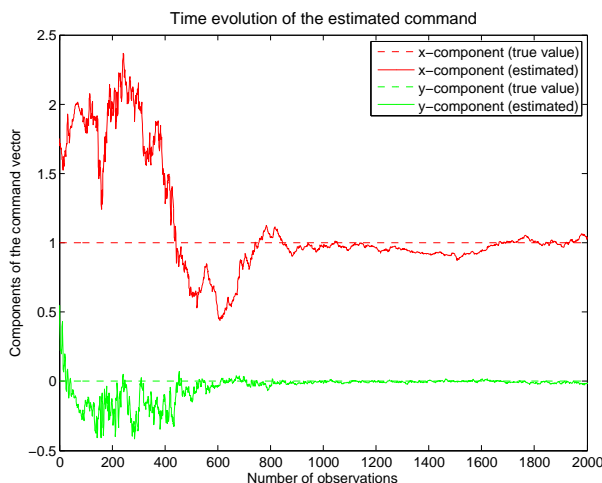


**Figure 1.** Norme de la vitesse et lignes de courant à l'instant final.

l'apparition d'un vortex majeur circulant dans le sens horaire et se situant à proximité du centre géométrique de la cavité. Outre ce vortex majeur, nous apercevons également la présence de deux vortex mineurs circulant dans le sens anti-horaire et se situant au niveau des deux coins inférieurs de la cavité. C'est d'ailleurs au niveau de ces vortex mineurs que les gaz d'échappement des véhicules peuvent se retrouver piégés.

##### 4.1. Expérience 1

Dans cette expérience, l'observatoire est constitué de neuf capteurs fixes positionnés aléatoirement suivant une distribution uniforme. En d'autres termes, aucune information de quelque nature que ce soit n'est exploitée pour optimiser la position des capteurs. Ces capteurs sont alors chargés de recueillir de l'information à chaque instant d'observation et demeurent fixes durant toute la procédure d'estimation. La figures 2 représentent l'estimation des composantes du vecteur commande. Nous rappelons que ce vecteur est constitué des composantes selon  $x$  et  $y$  de la vitesse imposée sur la paroi supérieure de la cavité. Ces composantes sont traitées comme des paramètres et sont estimées par la méthode d'estimation duale état-paramètres. Les deux



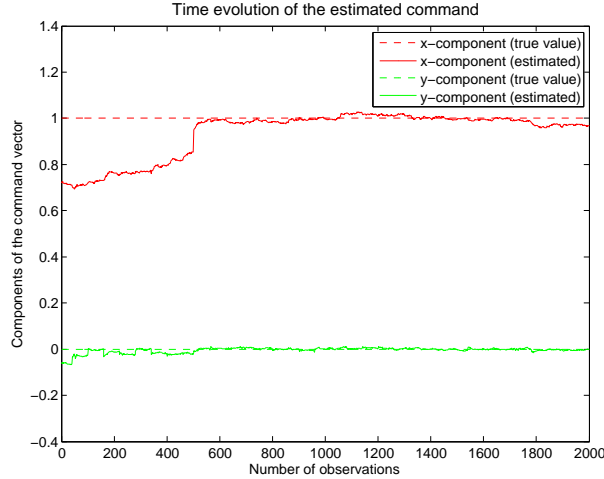
**Figure 2.** Estimation des composantes du vecteur commande (expérience 1).

composantes estimées du vecteur entrée de commande convergent vers leur valeur de référence après 800 observations environ. Bien que cette convergence soit relativement rapide, nous distinguons une légère imprécision dans l'estimation de la première composante du vecteur commande. Cette imprécision semble être une conséquence directe du manque d'information relatif au positionnement aléatoire des capteurs. La précision d'estimation du filtre est étudiée en calculant l'erreur quadratique moyenne entre la sortie de référence et la sortie estimée à chaque instant d'observation. Nous observons une décroissance irrégulière mais relativement rapide de l'erreur quadratique moyenne, puis une stabilisation après 900 observations environ. Nous constatons alors une erreur quadratique moyenne de l'ordre de  $2.10^{-4}$ , ce qui est plus que satisfaisant compte tenu du fait qu'aucune information *a priori* visant à améliorer le positionnement des capteurs n'est exploitée.

#### 4.2. Expérience 2

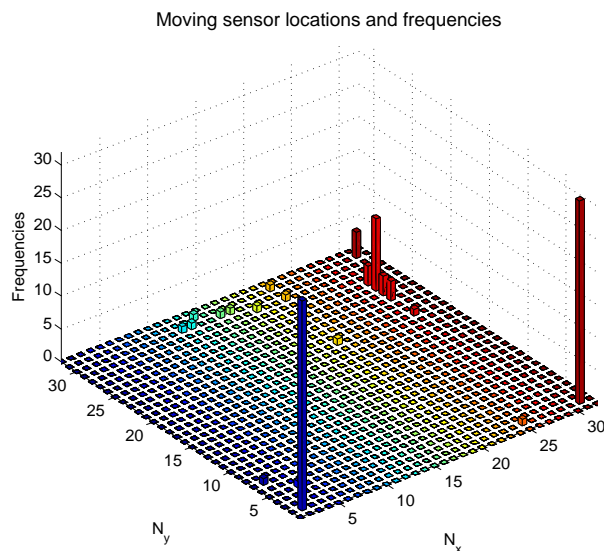
Dans cette expérience, l'observatoire est constitué d'un unique capteur mobile se déplaçant en direction des sites où la variance de l'erreur de sortie est maximale dans l'espoir de compléter le manque d'information. La figure 3 représente l'estimation des composantes du vecteur commande. Les deux composantes estimées du vecteur entrée de commande convergent vers leur valeur de référence après 700 observations environ. Ainsi, bien que nous ne disposions que d'un unique capteur, l'estimation des composantes du vecteur commande s'avère plus rapide. De plus, la qualité d'estimation est clairement meilleure que dans l'expérience précédente en terme de précision. Par conséquent, la stratégie qui consiste à envoyer le capteur mobile en direction des sites où la variance de l'erreur de sortie est maximale se révèle être particuliè-





**Figure 3.** Estimation des composantes du vecteur commande (expérience 2).

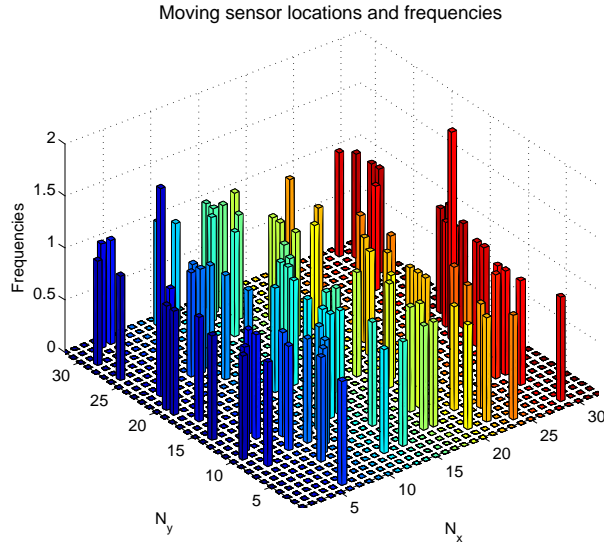
rement efficace pour l'estimation d'une entrée de commande. De la même manière que précédemment, la précision d'estimation du filtre est étudiée en calculant l'erreur quadratique moyenne entre la sortie de référence et la sortie estimée à chaque instant d'observation. La décroissance s'avère être plus régulière et un tantinet plus rapide que dans l'expérience précédente. En effet, la courbe d'erreur se stabilise aux alentours de 700 observations environ. Nous constatons alors une erreur quadratique moyenne de l'ordre de  $1.10^{-4}$ , c'est-à-dire légèrement plus faible que celle obtenue avec neuf fois plus de capteurs. Par conséquent, la diminution du nombre de capteurs fixes est largement compensée par l'introduction d'un capteur mobile se déplaçant stratégiquement. En outre, l'idée d'envoyer le capteur mobile en direction des sites où la variance de l'erreur de sortie est maximale permet également d'améliorer la précision de l'estimation, notamment au voisinage des sites où la norme de la vitesse est la plus faible. Pour finir, nous souhaitons détecter les zones du domaine sur lesquelles le capteur mobile s'est rendu le plus fréquemment. L'objectif étant d'utiliser par la suite cette information afin d'être capable de positionner idéalement les capteurs fixes et de pouvoir à terme s'affranchir du capteur mobile. La figure 4 illustre les différentes positions prises par le capteur mobile au cours de la procédure d'estimation. Les fréquences de passage sur chacun des sites du domaine sont représentées par les barres verticales. Afin de faciliter le repérage spatial, nous représentons de la même couleur chacun des sites situés sur une même ligne verticale. La figure 4 illustre le fait que le capteur mobile se dirige en priorité au niveau des deux coins inférieurs de la cavité. En contrepartie, le centre de la cavité est complètement ignoré. Nous remarquons que le capteur s'est également rendu au voisinage du coin supérieur droit de la cavité, avec toutefois une fréquence de passage moins importante. Ainsi, les zones de fortes incertitudes sont situées au niveau des coins du domaine, et en particulier au voisinage des sites où la norme de la vitesse est la plus faible.



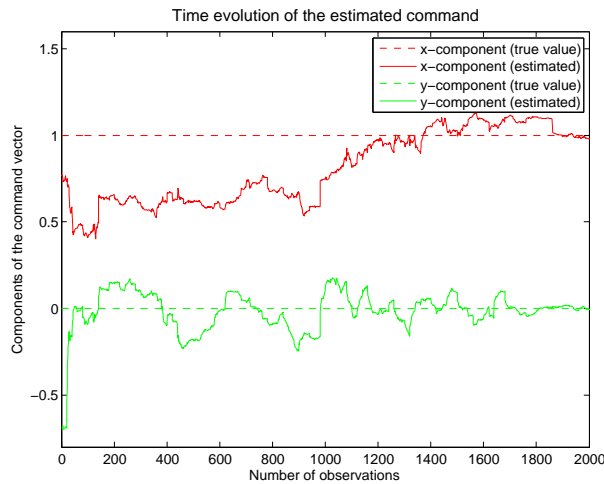
**Figure 4.** Positions des sites visités par le capteur mobile et fréquences de passage (expérience 2).

### 4.3. Expérience 3

Cette expérience est conçue dans le but de conforter la stratégie de placement du capteur mobile mise en avant précédemment. Pour ce faire, nous considérons à nouveau un unique capteur, mais se déplaçant cette fois en direction des sites dont la position est désignée de manière aléatoire suivant une distribution uniforme. La figure 5 illustre les différentes positions prises par le capteur mobile au cours de la procédure d'estimation. Naturellement, les positions prises par le capteur mobile au cours de la procédure d'estimation sont réparties sur le domaine tout entier et les fréquences de passage n'excèdent que très rarement la valeur 1 puisque la distribution suit une loi uniforme. L'estimation des composantes du vecteur commande est représentée par la figure 6. Un bref examen de la figure 6 nous révèle une flagrante augmentation de l'imprécision dans l'estimation des composantes du vecteur commande comparé au cas où le capteur mobile se déplace stratégiquement. Cet inconvénient est une conséquence directe du déplacement aléatoire du capteur mobile. Par ailleurs, nous constatons que le déplacement aléatoire du capteur mobile engendre une décroissance très irrégulière de la courbe l'erreur quadratique moyenne entre la sortie de référence et la sortie estimée à chaque instant d'observation qui retarde fatalement la stabilisation. Nous relevons une erreur quadratique moyenne de l'ordre de  $1.10^{-3}$ , c'est-à-dire cinq fois supérieure à celle obtenue lorsque le capteur mobile se déplace stratégiquement. Enfin, la qualité d'estimation en ce qui concerne la norme de la vitesse et les lignes de courant sur l'ensemble du domaine à l'instant final est sans surprise nettement moins



**Figure 5.** Positions des sites visités par le capteur mobile et fréquences de passage (expérience 3).



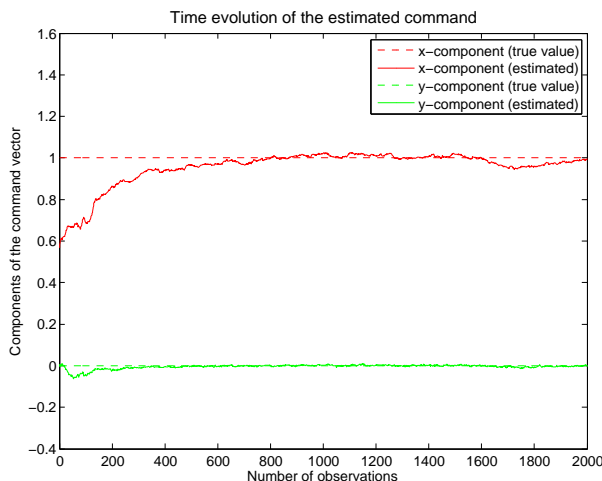
**Figure 6.** Estimation des composantes du vecteur commande (expérience 3).

bonne que dans les expériences précédentes. En effet, bien que la dynamique puisse paraître convenable au premier abord, nous relevons de nombreuses imprécisions dans l'estimation de la vitesse du fluide. De plus, le vortex majeur est légèrement décalé et la forme et la position des vortex mineurs s'avèrent erronées. Toutefois, ces résultats

restent néanmoins convenables puisque le capteur mobile s'est malgré tout rendu de temps à autre au voisinage des zones d'intérêt durant son déplacement. Dès lors, en considérant ce problème sous un angle différent, cela signifie que le fait d'envoyer le capteur mobile recueillir de l'information sur certains sites s'avère tout simplement inutile puisque la qualité d'estimation n'est pas meilleure en retour. Cette remarque est loin d'être inintéressante car elle invite clairement l'expert à définir une stratégie de positionnement optimal des capteurs afin d'éviter tout déplacement infructueux.

#### 4.4. Expérience 4

Dans cette expérience, nous exploitons les informations précédemment recueillies au sujet de l'emplacement des sites d'intérêt. Pour ce faire, nous relevons les positions des sites du domaine ayant été les plus fréquentées par le capteur mobile au cours de la seconde expérience. L'idée consiste ensuite à positionner quatre capteurs fixes au niveau des quatre emplacements les plus visités. La figure 7 représente l'estimation des composantes selon  $x$  et  $y$  de la vitesse imposée sur la paroi supérieure de la cavité. La



**Figure 7.** Estimation des composantes du vecteur commande (expérience 4).

convergence se produit après 700 observations environ (contre 800 pour la première expérience). Ainsi, bien que le nombre de capteurs soit réduit quasiment de moitié, l'estimation des composantes du vecteur commande s'avère plus rapide. De plus, la qualité d'estimation est sensiblement meilleure que dans l'expérience 1. Dès lors, l'erreur quadratique moyenne entre la sortie de référence et la sortie estimée est calculée une fois de plus afin d'étudier la précision de l'estimation du filtre. Nous observons une décroissance relativement régulière, puis une stabilisation après 800 observations environ (contre 900 pour la première expérience). Nous relevons une erreur quadratique moyenne de l'ordre de  $1,2 \cdot 10^{-4}$  (contre  $2 \cdot 10^{-4}$  pour la première expérience).

Par conséquent, la stratégie qui consiste à positionner les capteurs fixes sur les zones d'intérêt engendre une meilleure qualité en termes de vitesse de convergence et de précision de l'estimation, et ce pour presque deux fois moins de capteurs que dans la première expérience. En ce qui concerne l'estimation de la norme de la vitesse et les lignes de courant sur l'ensemble du domaine à l'instant final, nous ne relevons aucune imprécision et les vortex sont tous clairement visibles et relativement bien positionnés.

## 5. Conclusion

L'estimation sur un champ vaste des variables d'état et des paramètres du modèle spatio-temporel pose le problème de la définition d'un observatoire adéquat. En effet, la réduction du nombre de capteurs se traduit généralement par une dégradation de la qualité d'estimation du fait de la diminution de la quantité d'information disponible. A travers les différents résultats obtenus, nous avons montré que la qualité du filtre en termes de vitesse de convergence et de précision de l'estimation est largement dépendante du positionnement des capteurs et non pas de leur nombre. En effet, il arrive fréquemment qu'une mesure n'ait que peu, voire pas d'impact sur la qualité d'estimation. Dans ce cas, l'emplacement en question devient sans intérêt, et il est alors inutile d'y maintenir un capteur. En revanche, certaines mesures sont au contraire indispensables au bon fonctionnement du filtre. Naturellement, ces emplacements constituent les sites d'intérêt et pour chacun d'entre eux, il est impératif de positionner un capteur fixe ou du moins d'y envoyer séjourner un capteur mobile pendant un laps de temps. Toute la difficulté consiste bien évidemment à localiser ces différents sites d'intérêt. Nous proposons pour cela une stratégie qui consiste à envoyer au cours de l'estimation un capteur mobile en direction des sites où la variance de l'erreur de sortie est maximale. Nous considérons ensuite que les emplacements les plus visités par le capteur constituent les sites d'intérêt. Bien qu'elle ne soit basée sur aucune théorie, cette stratégie intuitive nous a tout de même permis d'obtenir d'excellentes performances avec un nombre de capteurs réduit.

## 6. Bibliographie

- [BOU 09] BOURGOIS L., ROUSSEL G., BENJELLOUN M., « Apprentissage séquentiel d'un schéma de Boltzmann sur réseau pour l'assimilation de champs de vent locaux », *Proceedings of the 6th STIC & Environnement Conference*, Calais, France, 2009.
- [BOU 10] BOURGOIS L., « Automates cellulaires et estimation état-paramètres pour la modélisation semi-physique : application à l'assimilation de données environnementales », PhD thesis, Université du Littoral Côte d'Opale, 2010.
- [BUR 98] BURGERS G., VAN LEEUWEN J., EVENSEN G., « Analysis scheme in the ensemble Kalman filter », *Monthly Weather Review*, vol. 126, n° 6, 1998, p. 17191724.
- [CHO 98] CHOPARD B., DROZ M., *Cellular automata modeling of physical systems*, Cambridge University Press, 1998.

- [CHO 02] CHOPARD B., DUPUIS A., MASSELOT A., LUTHI P., « Cellular automata and lattice Boltzmann techniques : an approach to model and simulate complex systems », *Advances in Complex Systems*, vol. 5, n° 2, 2002, p. 103246.
- [D'H 92] D'HUMIÈRES D., « Generalized lattice Boltzmann equations », SHIZGAL B. D., WEAVER D. P., Eds., *Rarefied gas dynamics : theory and simulations*, vol. 159, p. 450458, Progress in Astronautics and Aeronautics, 1992.
- [EVE 94] EVENSEN G., « Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics », *Journal of Geophysical Research*, vol. 99, n° C5, 1994, p. 1014310162.
- [EVE 03] EVENSEN G., « The ensemble Kalman filter : theoretical formulation and practical implementation », *Ocean Dynamics*, vol. 53, n° 4, 2003, p. 343367.
- [HE 97] HE X., LUO L.-S., « Lattice Boltzmann model for the incompressible Navier-Stokes equation », *Journal of Statistical Physics*, vol. 88, n° 3-4, 1997, p. 927944.
- [HOU 96] HOU S., STERLING J., CHEN S., DOOLEN G. D., « A lattice Boltzmann subgrid model for high Reynolds number flows », *Fields Institution Communications*, vol. 6, 1996, p. 151166.
- [LAL 00] LALLEMAND P., LUO L.-S., « Theory of the lattice Boltzmann method : dispersion, dissipation, isotropy, Galilean invariance, and stability », *Physical Review E*, vol. 61, n° 6, 2000, p. 65466562.
- [MOR 05] MORADKHANI H., SOROOSHIAN S., GUPTA H. V., HOUSER P. R., « Dual state-parameter estimation of hydrological models using ensemble Kalman filter », *Advances in Water Resources*, vol. 28, n° 2, 2005, p. 135147.
- [QIA 92] QIAN Y. H., D'HUMIÈRES D., LALLEMAND P., « Lattice BGK models for Navier-Stokes equation », *Europhysics Letters*, vol. 17, n° 6, 1992, p. 479484.
- [SIR 08] SIRCOULOMB V., HOBLOS G., CHAFOUK H., RAGOT J., « Evaluation de la qualité d'estimation en fonction de la perte de capteurs », *Diagnostic des systèmes complexes*, , 2008, p. 9-26.
- [SMA 63] SMAGORINSKY J., « General circulation experiments with the primitive equations », *Monthly Weather Review*, vol. 91, n° 3, 1963, p. 99164.
- [STA 99] STAROSWIECKI M., HOBLOS G., AITOUICHE A., « Fault tolerance analysis of sensor systems », *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*, Phoenix, Arizona, USA, 1999.
- [STA 02] STAROSWIECKI M., « On reconfigurability with respect to actuator failures », *Proceedings of the 15th IFAC World Congress*, Barcelona, Spain, 2002.
- [SUC 01] SUCCI S., *The lattice Boltzmann equation for fluid dynamics and beyond*, Oxford University Press, 2001.
- [TER 01] TERNISIEN E., « Caractérisation aveugle d'un système de dispersion en représentation d'état et localisation de source », PhD thesis, Université du Littoral Côte d'Opale, 2001.