

Travail d'Etude et de Recherche :

Le Problème des fusiliers

Encadrants : Sébastien VEREL, Manuel CLERGUE

Groupe :

BOUHLEL Oualid,

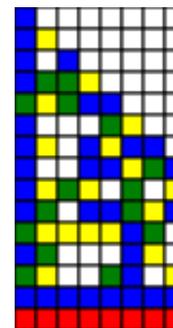
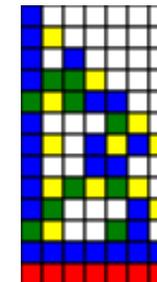
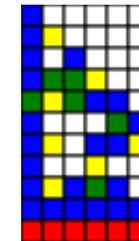
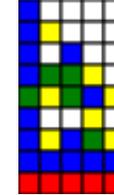
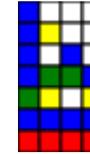
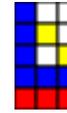
CASANOVA Pierre,

FULCONIS Angélique,

BENOUALI Hamine

Plan :

- ▶ Description du sujet
- ▶ Définition : Automate cellulaire
- ▶ Problématique et état de l'art
- ▶ Les différentes approches
 - Les métaheuristiques à solution unique :
 - Hill Climbing
 - Recherche tabou
 - Recuit Simulé
 - Algorithme évolutionnaire
 - Le backtracking
 - L'approche par signaux
 - Les approches combinées
- ▶ Meilleurs résultats obtenus
- ▶ Conclusion



Présentation du sujet :

Le problème des fusiliers – J.Myhill 1957

- ▶ « Comment synchroniser une ligne de fusiliers de façon à ce qu'ils se mettent à tirer en même temps ? »



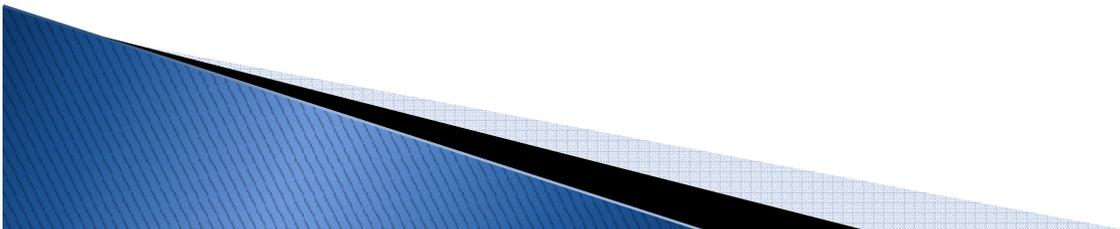
Ligne de fusiliers

- ▶ Résolution :
 - Modélisation sous forme **d'un automate cellulaire**
 - Recherche des **règles de transition**



Ligne de fusiliers
synchronisés

- ▶ Etude pour **5 états**



Automate cellulaire

Etats des cellules



Repos



Général



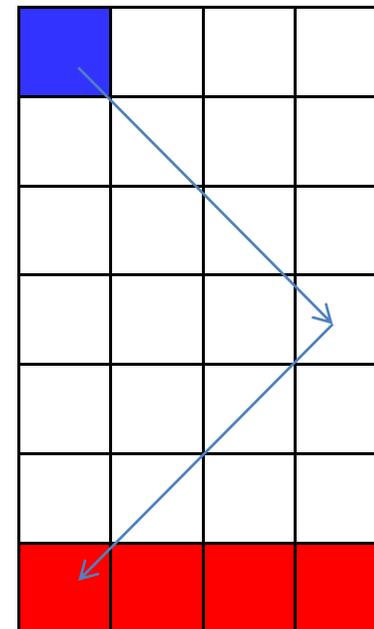
Feu



Etats

intermédiaires

La **grille** de N cellules
(ici $N = 4$)



$2N-2$: temps optimal pour
synchroniser N cellules

Automate cellulaire

règles de transition : Mise à jour par règle **locale**.

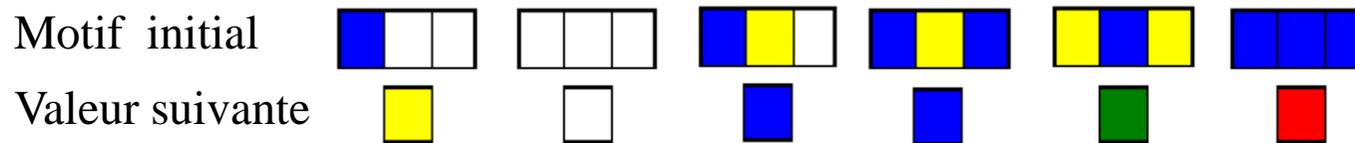
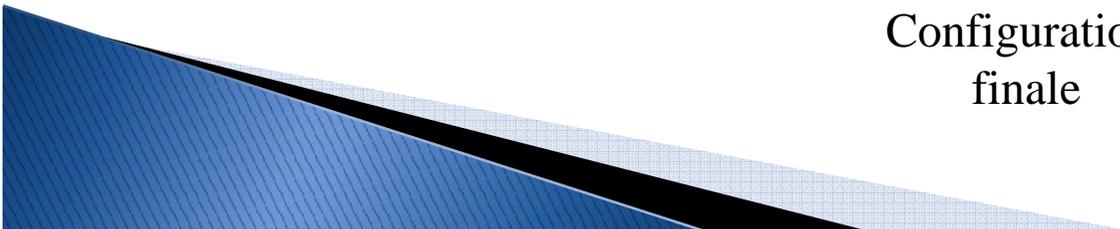
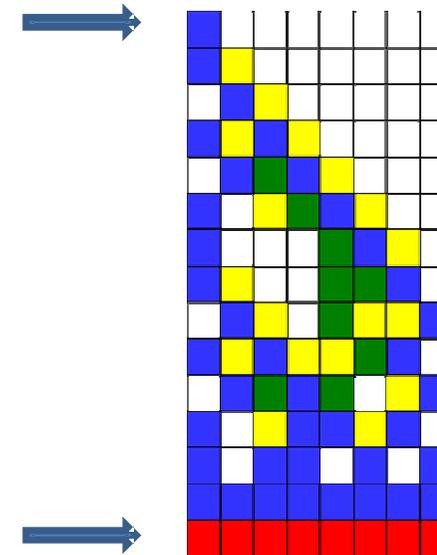


Diagramme espace temps

Configuration initiale

Configuration finale



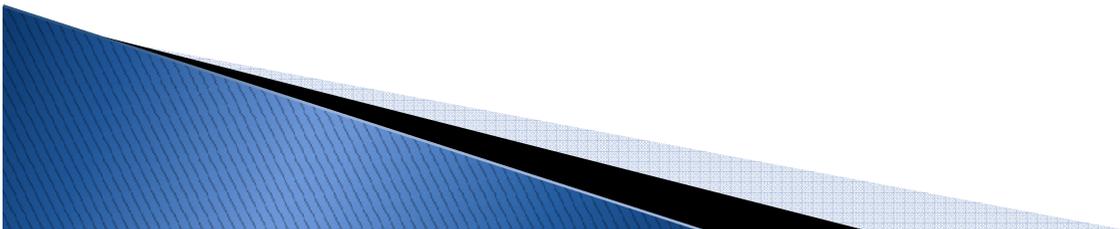
Problématique et état de l'art

- ▶ Types d'ordinateurs en plein essor : les machines en réseaux
- ▶ Parallélisme **simple** et **universel** : les automates cellulaires

Nombre d'états	Temps optimal	Temps non optimal
3 états	Pas de solution :Balzer	Pas de solution :Yunes,1993
4 états	Pas de solution :Balzer	ouvert
5 états	Ouvert	Ouvert
6 états	Une seule solution:Mazoyer,1986	ouvert
7 états	Solution :Mazoyer,1986	Solution :Yunes,1993
8 états	Solution :Balzer,1967	Solution Yunes,1993
plusieurs milliers d'états	Solution :E.Goto	

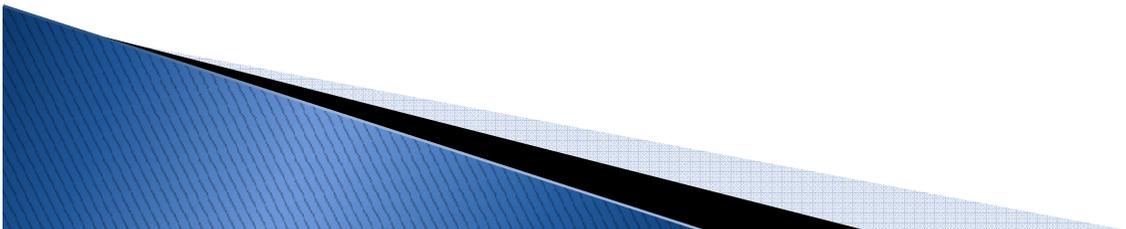
Les différentes approches

- ▶ Métaheuristiques à solution unique :
 - Hill Climbing, Recuit Simulé, Recherche Tabou
- ▶ Algorithme évolutionnaire
- ▶ Le backtracking
- ▶ Approche par signaux
- ▶ Approches combinées



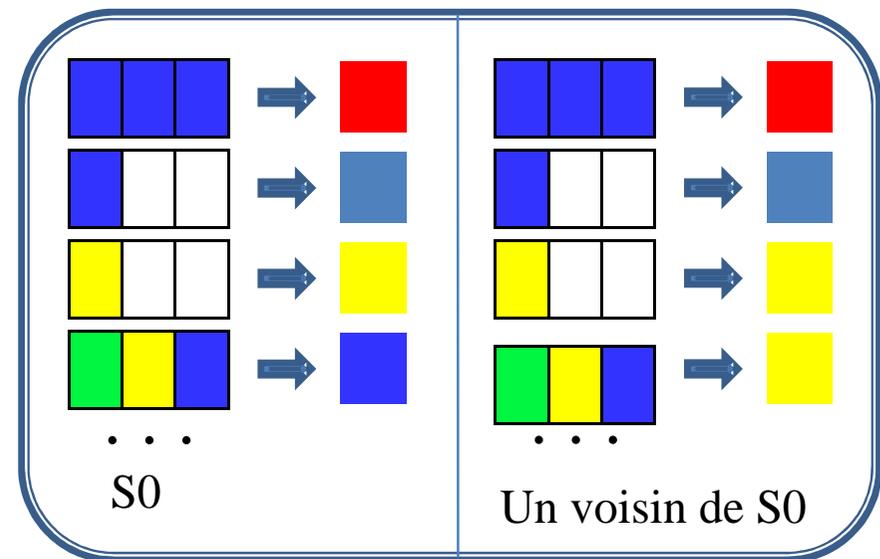
Les métaheuristiques

- ▶ **Heuristique** : algorithme de résolution basé sur l'expérience sans fournir pour autant une solution optimale
- ▶ **Métaheuristique** : ensemble d'heuristiques
- ▶ **Métaheuristique de recherche locale** :
 - Algorithme à solution unique
 - Hill Climbing, Recuit Simulé ...
 - Algorithme à population de solutions
 - Algorithme évolutionnaire, algorithme de fourmis ...



Définitions supplémentaires

- ▶ Espace de recherche :
S ensemble des solutions
- ▶ Voisinage :
sous ensemble de solutions
obtenues par transformations
données
- ▶ Fonction objectif :
évaluation pour la meilleure
solution



Hill Climbing

- Opérateur local de base de métaheuristique
- Heuristique d'exploration maximale

Choisir solution initiale $s \in S$

Répéter

Choisir $s' \in V(s)$ telle que $f(s')$ est maximale

$s \leftarrow s'$

Jusqu'à s optimum local

Recherche Tabou

- ▶ Introduite par Glover en 1986
- ▶ But: Échapper aux optima locaux
- ▶ Principe :Introduction d'une mémoire dans stratégie d'exploration

Choisir une solution $s \in S$

Initialiser tabou T

Répéter

Choisir $s' \in V(s)$ telle que $(f(s'))$ meilleure solution de $V(s)$ et Critère d'aspiration vérifié)

Ou $f(s')$ meilleure solution de $V(s)$ non tabou

$s \leftarrow s'$

Update Tabou T

Jusqu'à Critère d'arrêt vérifié

Recuit Simulé

- ▶ Utilisé depuis les années 80
- ▶ Inspiré de la physique (thermodynamique)
- ▶ **But:** Echapper aux optima locaux
- ▶ **Principe:** probabilité non nulle de sélection d'une solution voisine dégradée

Choisir solution initiale $s \in S$ et température initiale T

Répéter

Choisir aléatoirement $s' \in V(s)$, $\Delta = f(s') - f(s)$

Si $\Delta > 0$ alors

$s \leftarrow s'$

Sinon

u nombre aléatoire de $[0,1]$

Si $u < e^{-\frac{\Delta}{T}}$ alors

$s \leftarrow s'$

Fin si

Fin si

Update température T

Jusqu'à critère d'arrêt vérifié

Résultats expérimentaux de Hill Climbing

Résultat obtenu pour:

- 5000 itérations
- 5000 exécutions

La moyenne = 5,27

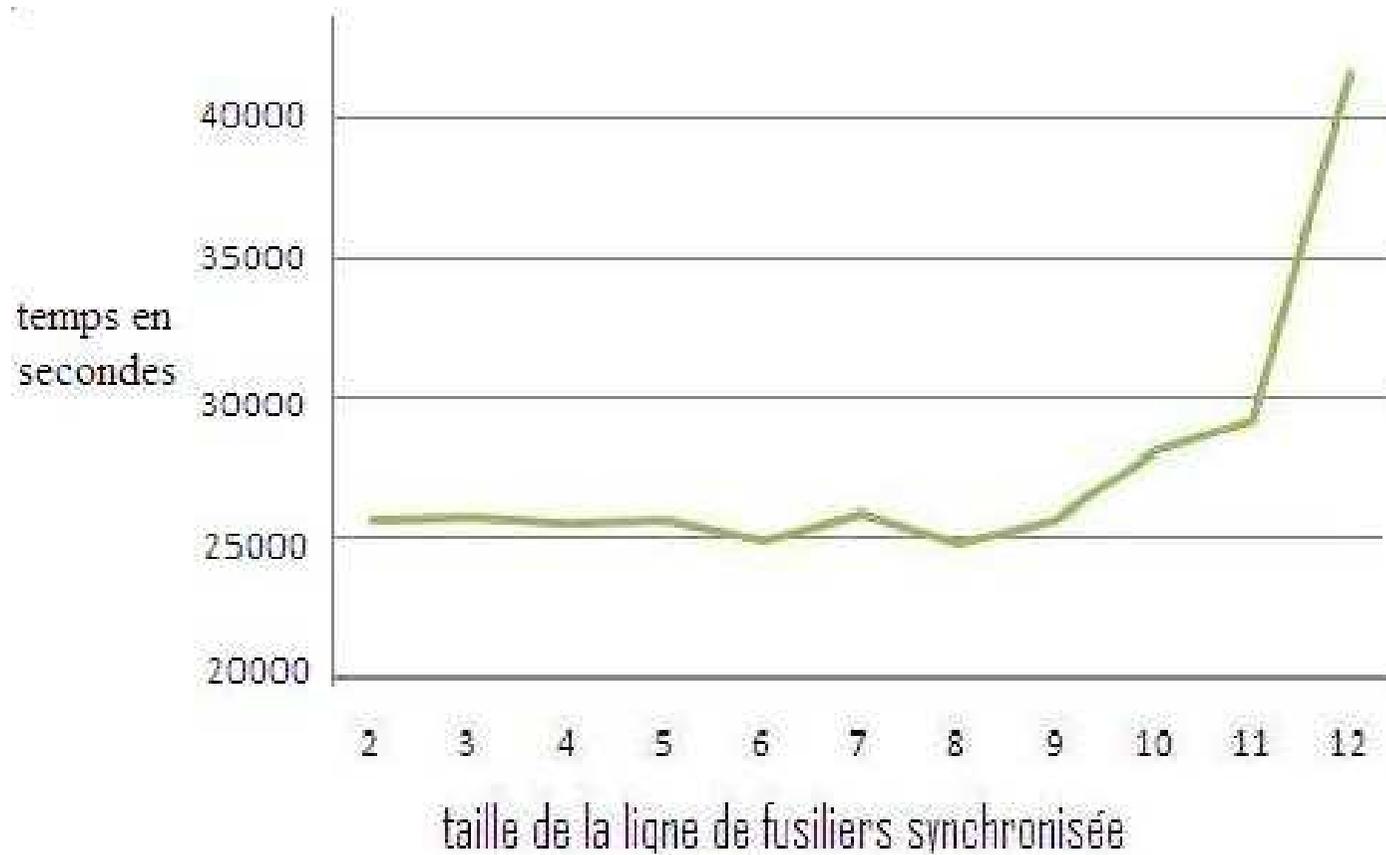
L'écartype = 1,36

Meilleure solution de taille = 12



Nombre d'exécutions en fonction de taille du problème résolu

Résultats expérimentaux de Hill Climbing



Temps moyen pour chaque taille de ligne de fusiliers synchronisés

Résultats expérimentaux de Recherche Tabou

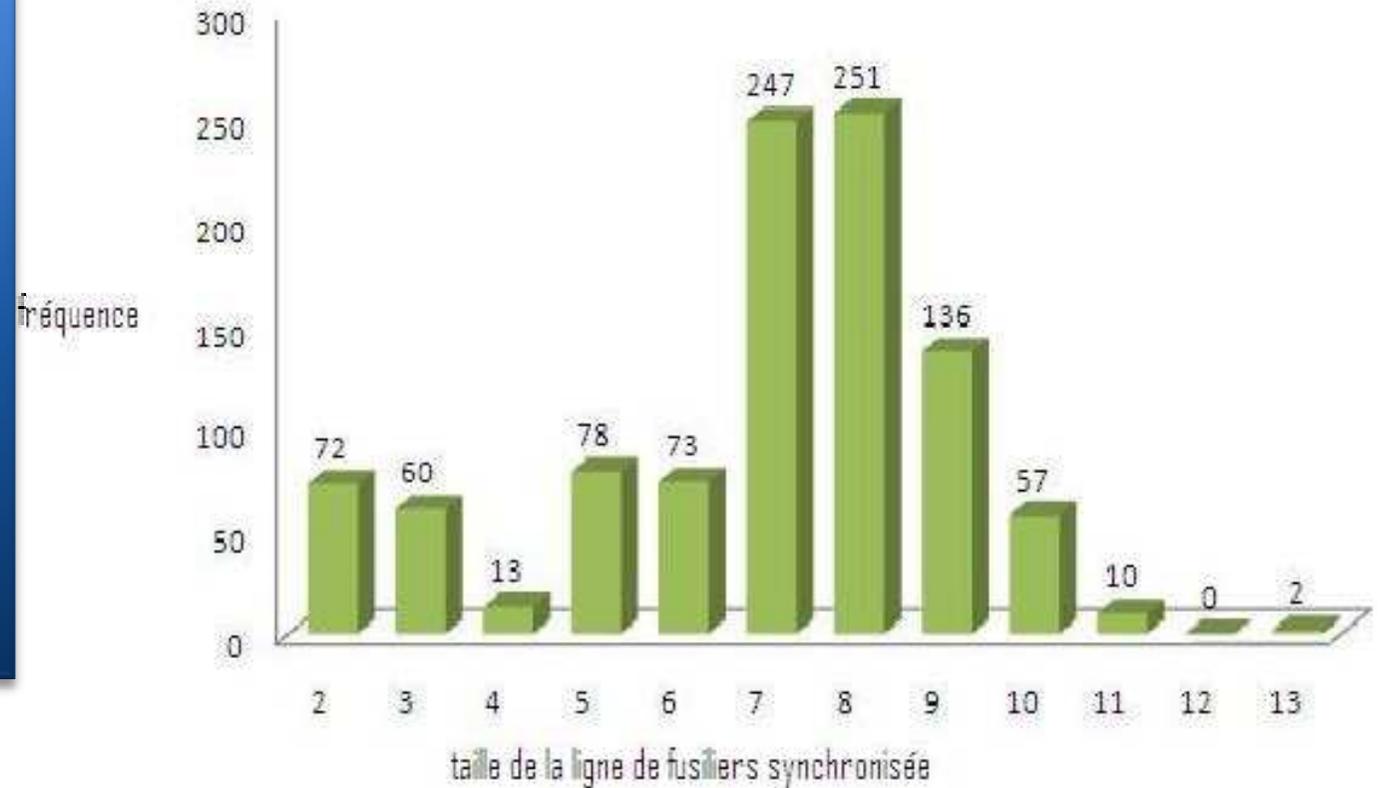
Résultat obtenu pour:

- 5000 itérations
- 5000 exécutions

La moyenne = 7,1

L'écartype = 2,19

Meilleure solution de
taille = 13



Nombre d'exécutions en fonction de taille du problème résolu

Résultats expérimentaux de Recherche Tabou



Temps moyen pour chaque taille de ligne de fusiliers synchronisés

Résultats expérimentaux de recuit simulé

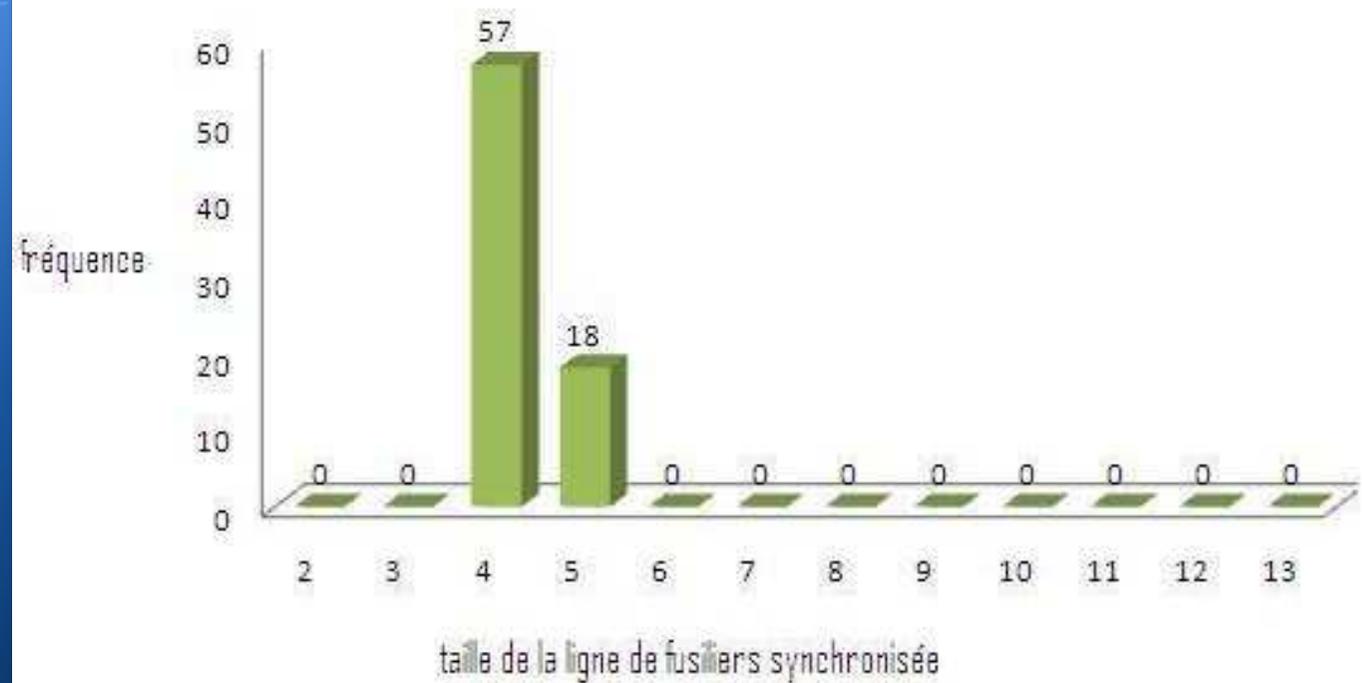
Résultat obtenu pour:

- 5000 itérations
- 75 exécutions

La moyenne = 4,24

L'écartype = 0,43

Meilleure solution de
taille = 5



Nombre d'exécutions en fonction de taille du problème résolu

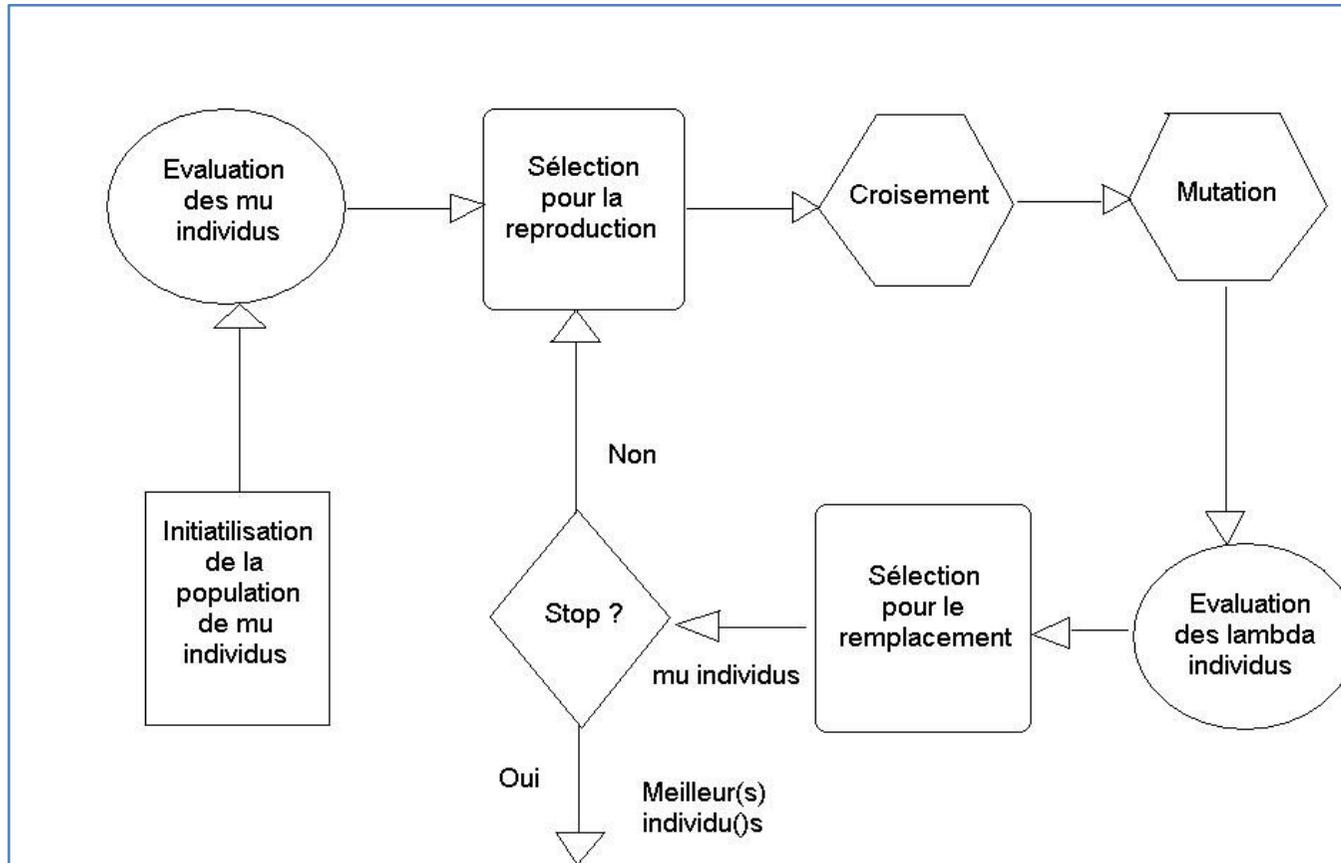
Analyse comparative des résultats

Méthode	Nb iterations	Nb run	Temps pour un run	Temps total	Moyenne	Écartype	Meilleur résultat
Hill Climbing	5000	5000	28s	140000 (38h53)	5,27	1,36	12
Recherche Tabou	5000	1000	22s	27517s (7h38)	7,1	2,19	13
Recuit Simulé	5000	75	416S	32021 (8h53)	4,24	0,43	5



Recherche Tabou

Algorithme évolutionnaire



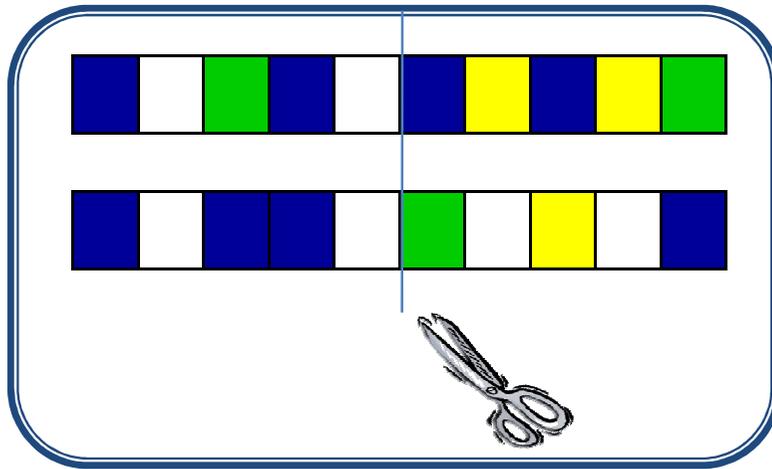
Principe :

- basé sur la théorie de l'évolution (Darwin)

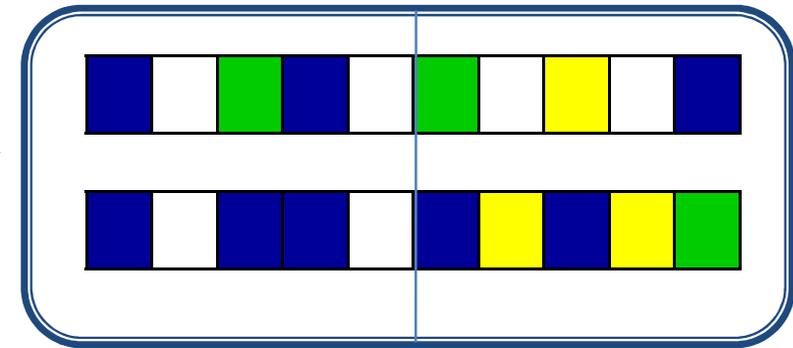
- Population composée d'individus

- Evaluation sélection, croisement, mutation

Génération initiale



Génération suivante



Exemple de croisement en un point

Implémentation :

- ▶ Utilisation des librairies du package Paradiseo-eo
- ▶ Fonction objectif et voisinage
- ▶ Résultats : synchronisation de 2 à 8



Resultats

Nombre d'individus dans la population	Moyenne du nombre de fusiliers synchronisés
5	2
10	2.3
20	2.2
30	2.3
40	3.2
50	3
60	3.3
70	3.8

Constat :

- Augmentation du nombre de fusiliers **synchronisés** en fonction de la **taille** de la population
 - Meilleurs résultat : lorsque le taux de croisement et de mutation est proche de 1.0
- Taux de croisement peu influent sur les résultats

Taux de mutation	Moyenne du nombre de fusiliers synchronisés
0.1	2.12
0.2	2.91
0.3	3.47
0.4	3.37
0.5	3.61
0.6	4.95
0.7	3.96
0.8	5.31
0.9	5.21

Taux de croisement	Moyenne du nombre de fusiliers synchronisés
0.1	3.11
0.2	2.55
0.3	3.11
0.4	2.66
0.5	2.66
0.6	2.77
0.7	3.66
0.8	2.55
0.9	3.22

Le Backtracking

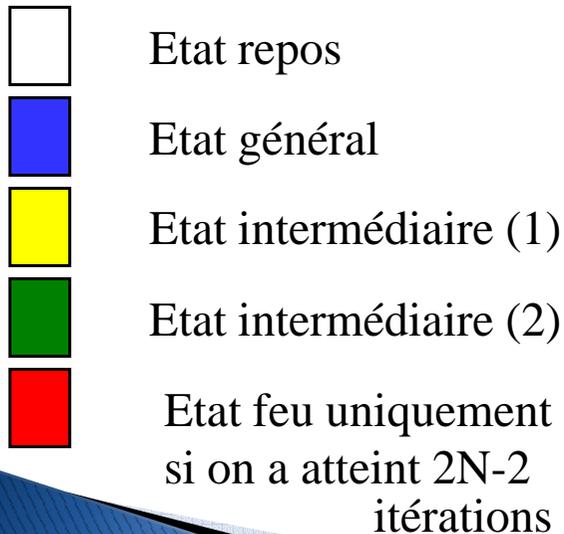
Principe

Technique permettant d'éviter l'énumération exhaustive de l'espace de recherche.

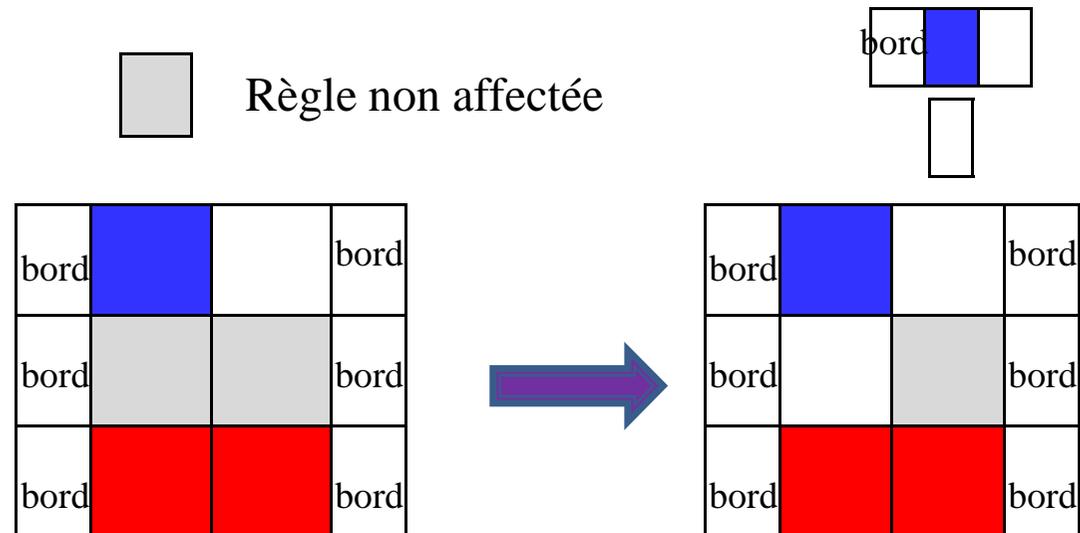
Etapes :

- Choisir une valeur pour une règle
- Retourner en arrière en cas de conflit
- Choisir l'alternative suivante (attribution d'une nouvelle valeur à la règle)

Ordre d'attribution des valeurs :



Attribution de règle

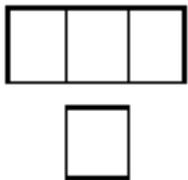


Conflit et retour en arrière

Points faisant échouer une solution :

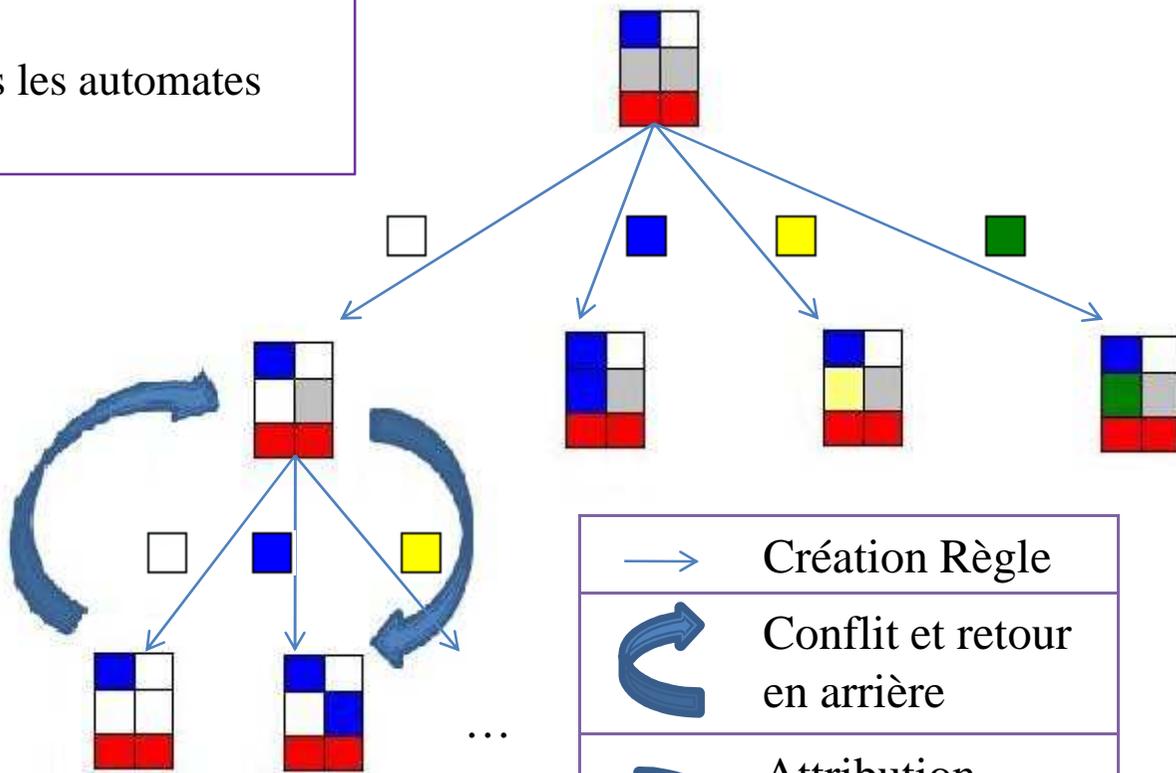
- L'état feu symbolisant la synchronisation n'est pas obtenu au bout de $2N-2$ itérations.
- L'état feu est obtenu avant ce nombre précis d'itérations.
- Les règles ne synchronisent pas les automates ayant une taille plus petite.

Règle prédéfinie à l'initialisation :



Cette règle provoque le conflit

■ Règle non affectée

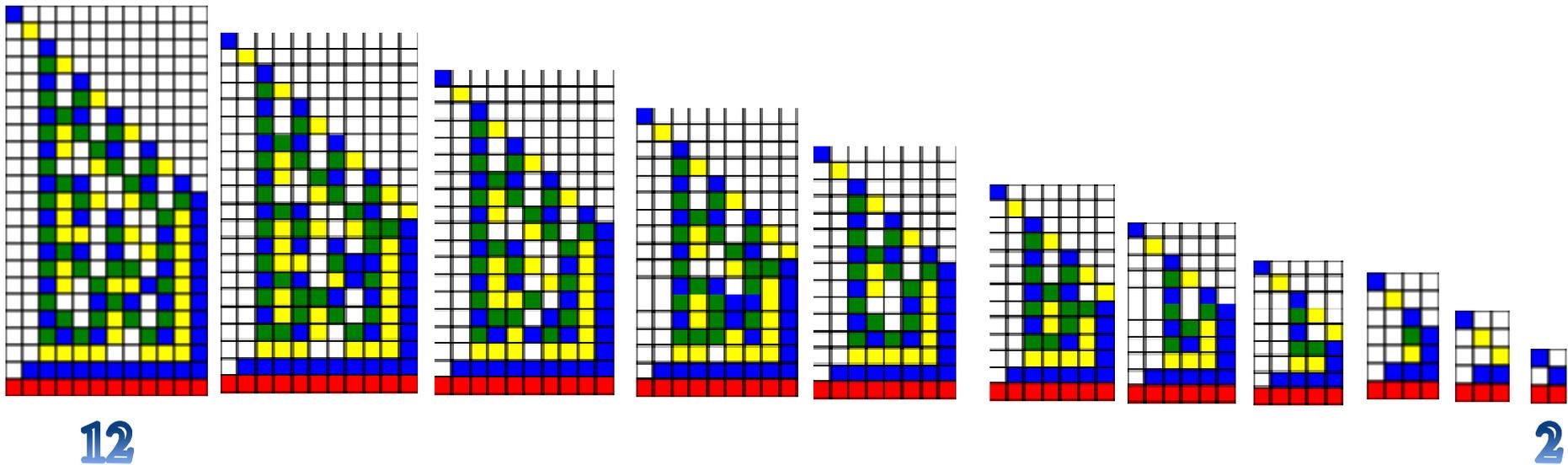


→ Création Règle

↪ Conflit et retour en arrière

↻ Attribution d'une nouvelle valeur

Résultats obtenus



Ce sont les meilleurs résultats obtenus avec cette méthode :
synchronisation des automates de taille allant de **2 à 12**.

Mesure de temps



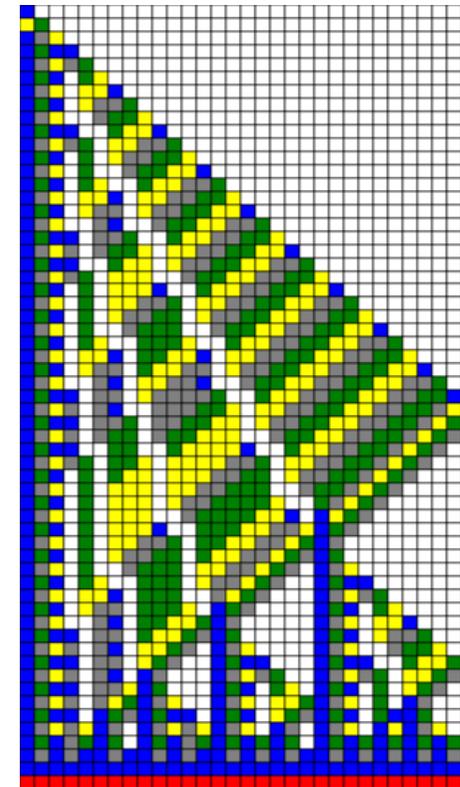
- Croissance **exponentielle** pour une taille de l'automate > 9
- Période de temps importante, pour obtenir synchronisation avec taille = 13

Les signaux

Principe :

Stratégie « diviser pour régner » :

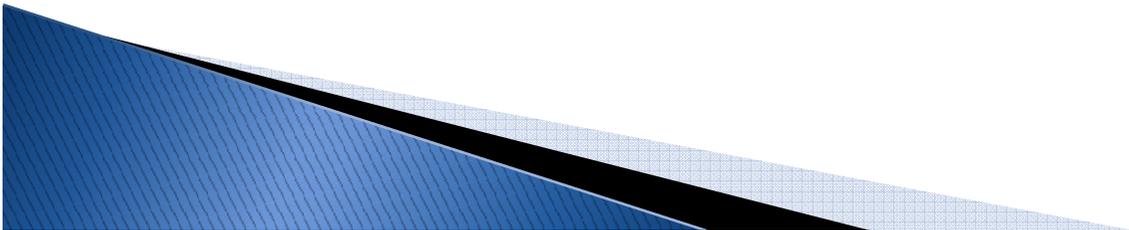
Solution de Mazoyer :



Les signaux

Définitions :

- ▶ On désigne par signal la propagation continue d'une information élémentaire au sein d'une ligne d'automates.



Les signaux

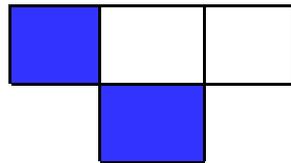
Résultats:

Signal vers la droite :

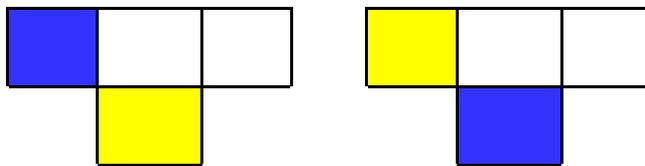
la vitesse doit être maximale

◦ Seulement deux possibilités :

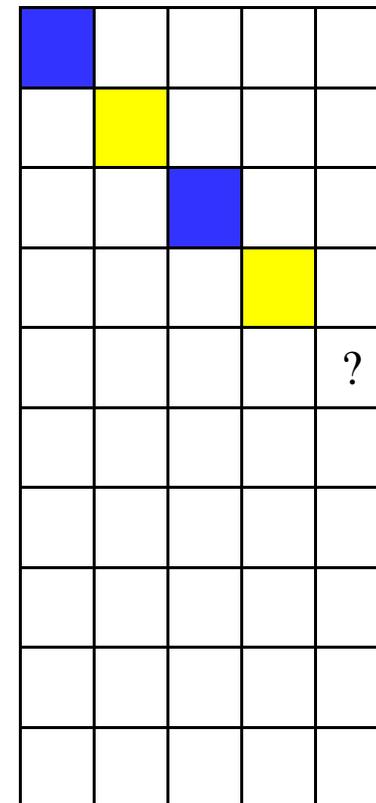
• Une période de 1 :



• Une période de 2 :

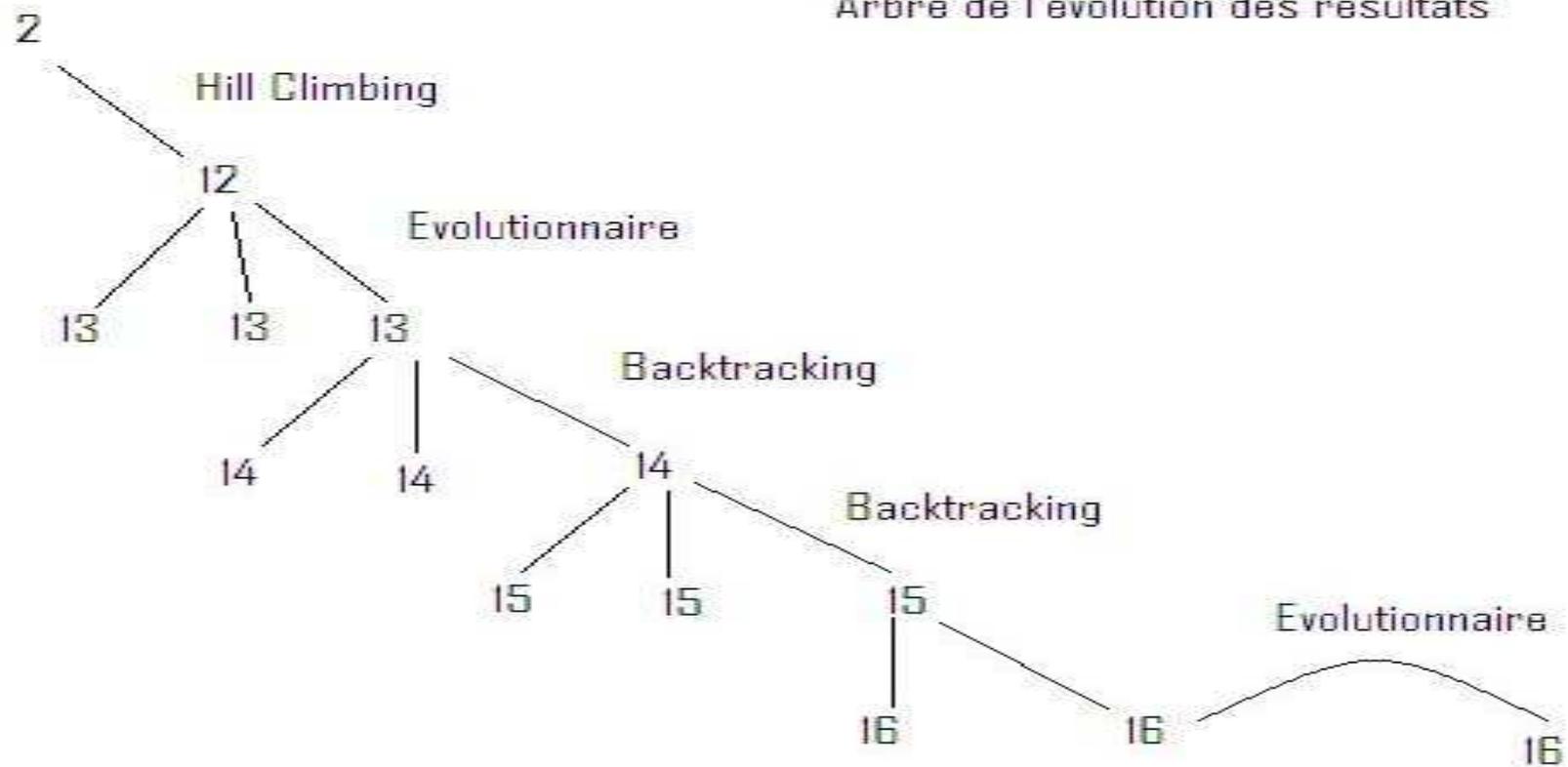


Comportement avec une période de 2 :

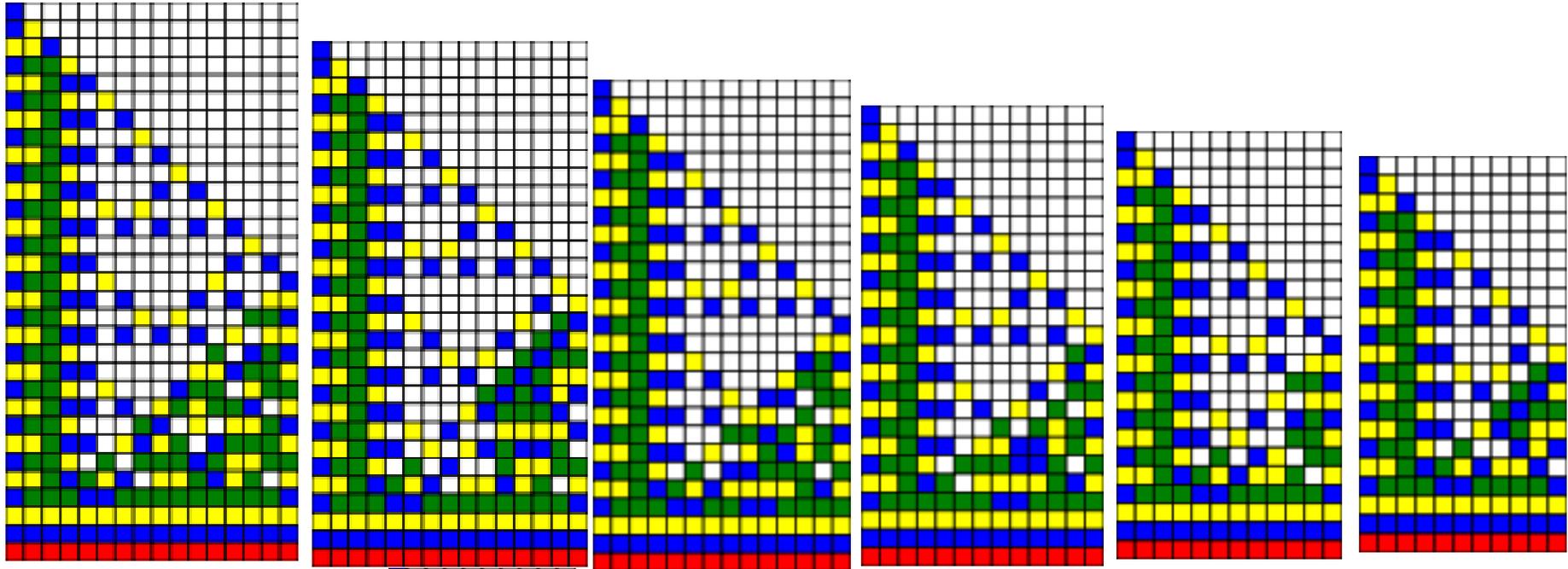


Approche combinée

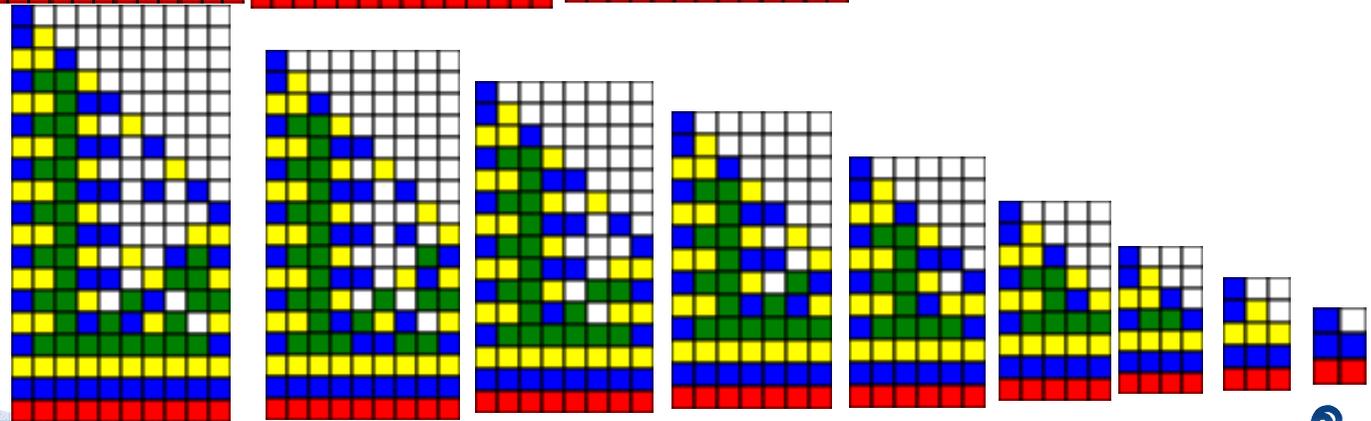
Arbre de l'évolution des résultats



Meilleure solution



16



2

Conclusion

- ▶ Des résultats inédits :
 - De nombreuses solutions en temps optimal
 - Un meilleur résultat à 16 fusiliers
- ▶ Des perspectives prometteuses :
 - Outils développés performants et à disposition sur le site
 - Probabilité de découverte de nouveaux résultats

Question ?

