

Fiche 06 :
Clôture et lemme de l'étoile

Master 1 I2L
2013 / 2014

Exercice 1 : Grammaire régulière ou non (S. Julia)

Soit la grammaire G suivante :

- $N = \{S, X\}$
- $\Sigma = \{0, 1\}$
- $P = \{$
 - $S \rightarrow 0X$
 - $X \rightarrow S1 \mid \epsilon$ $\}$
- Axiome : S

Questions :

- a) La grammaire G est-elle régulière ? Pourquoi ?
- b) Définir le langage le langage engendré par G .
- c) Le langage $L(G)$ est-il rationnel ?

Exercice 2 : Propriété de clôture

Montrer, en utilisant les propriétés de clôture et les langages connus non rationnel, montrer que les langages suivants ne sont pas rationnels :

- a) $L_a = \{0^{n+2}1^n, n \in \mathbb{N}\}$
- b) $L_b = \{w \in \{0, 1\}^*, |w|_0 = |w|_1\}$
- c) $L_c = \{w \in \{0, 1\}^*, |w|_0 \neq |w|_1\}$
- d) Le langage des mots de Dyck sur l'alphabet $\{(,)\}$ des expressions bien parenthésées.

Exercice 3 : Utilisation du lemme de l'étoile

Montrer, en utilisant le lemme de l'étoile, que le langage suivant n'est pas rationnel : $L = \{ww, w \in \{0, 1\}^*\}$

Exercice 4 : Construction de l'union

- a) Définir les automates reconnaissant les langages sur $\{a, b\}$ correspondants aux expressions régulières $ba(a + b)^*$ et $(a + b)^*ba$
- b) En imitant la construction de l'automate "intersection" du cours, définir l'automate qui reconnaissant l'union des langages précédents.