

Introduction aux problèmes d'optimisation et à la modélisation

Recherche Opérationnelle et Optimisation
Master 1 I2L

SÉBASTIEN VEREL

verel@lisic.univ-littoral.fr

<http://www-lisic.univ-littoral.fr/~verel>

Université du Littoral Côte d'Opale
Laboratoire LISIC
Equipe CAMOME

Plan

- 1 Problèmes d'optimisation combinatoire
- 2 Problèmes d'optimisation numérique
- 3 Optimisation

Recherche Opérationnelle, méthode d'optimisation

Origine

- Expression utilisée au Royaume-Unis
- Seconde guerre mondiale (1938, Royal Air Force)
- Optimisation des *opérations* militaires
- Recueil données station radar, gestion des avions, stratégie sous-marins allemand

Description

Modélisation mathématique d'un problème,
puis résoudre ce problème à l'aide de méthode informatique

Modélisation de Problèmes

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

"petit" sudoku ($n = 3$)

Résolution d'un problème :

Problème \Rightarrow modélisation \Rightarrow solution(s)

Modélisation :

- simplification de la réalité (nombre de paramètres, "bruit", défauts,...)

Conception d'un (bon) modèle :

- Connaissance experte du domaine
- Connaissance des méthodes de résolution (informatique)

Problème SAT

Premier problème NP-difficile (Cook, 1971)

- n variables booléennes : $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$
- littéral : $l = x_i$ ou $l = \bar{x}_i$
- m clauses (disjonction de littéraux) : $\{C_1, C_2, \dots, C_m\}$
- k_j littéraux par clause C_j : $\{l_{1,j}, l_{2,j}, \dots, l_{k_j,j}\}$:
$$C_j = \bigvee_{i=1}^{k_j} l_{i,j}$$

Trouver l'affectation des variables telle la conjonction des clauses soit vraie :

$$\bigwedge_{j=1}^m C_j$$

(cas spécial, k -SAT lorsque $k_j = k$)

SAT / MAX - SAT

Applications

Vérification de circuits (model checking), logique, planification, informatique...

SAT / MAX - SAT

Planification

Planification

Longueur du plan maximal n .

Pour toute variable v et pour tout $i \in \{1, \dots, n\}$,
on crée les variables v^i :

v^i est vraie lorsque la variable d'état v est vraie après l'action i .

Pour toute action a et pour tout $i \in \{1, \dots, n\}$,
on crée les variables a^i :

a^i est vraie lorsque l'action i est a .

Exercice

- Traduire par une proposition logique : "L'action a fait passer la variable v à vraie lorsque celle-ci est fausse".
- Faire traverser "Le Loup, la Chèvre et les choux" sur un bateau avec son fermier...

SAT / MAX - SAT

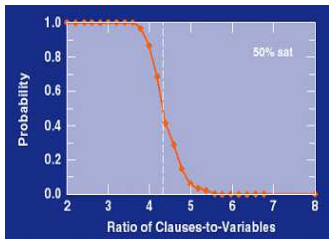
Maximiser le nombre de clauses C_j vérifiées

$$f(x) = \#\{C_j : C_j(x) \text{ est vraie}\}$$

x est une solution de SAT ssi $f(x) = m$

SAT

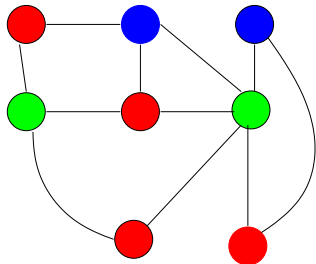
Propriétés physiques



Transition de phase suivant

$$\alpha = \frac{m}{N}$$

Coloration de graphe



Graphe $G = (S, A)$

S ens. des sommets et $A \subset S^2$ ens. des arcs

Coloration $\alpha : S \rightarrow C$ avec
 $C = \{c_1, \dots, c_k\}$

Trouver une (k -)coloration telle que :
si $(s, t) \in A$ alors $\alpha(s) \neq \alpha(t)$

Applications : affectation de fréquence en téléphonie mobile, emploi du temps, coloration des cartes...

Coloration de graphe

Affectation de fréquences

Exercice

Des émetteurs radio sont disposés dans l'espace géographique. Pour éviter les interférences, ils ne peuvent diffuser sur la même fréquence si leur distance est inférieure à une constante D .

Traduire ce problème en problème de coloration de graphe.

Sudoku : coloration de graphe ?

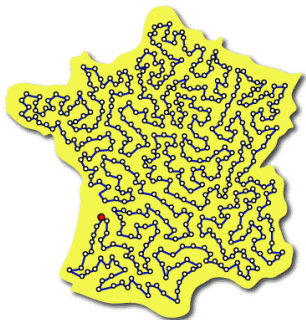
5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

Exercice

Traduire le problème de sudoku en un problème de coloration de graphe.

Voyageur de commerce (TSP)

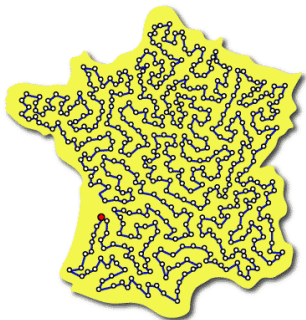
Trouver le parcours le plus court passant par toutes les villes.



- n : nombre de villes
- d_{rs} : distance entre les villes r et s .

Voyageur de commerce (TSP)

Trouver le parcours le plus court passant par toutes les villes.



- n : nombre de villes
- d_{rs} : distance entre les villes r et s .

Exercice

Exprimer la fonction à optimiser en fonction des paramètres du problème.

Quadratic Assignment Problem (QAP)

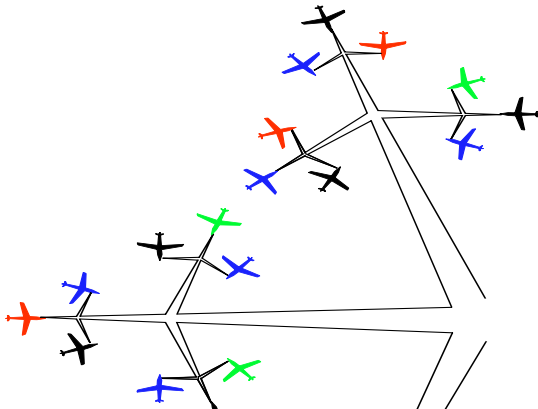
Problème d'affectation quadratique

Minimiser le flux total

(Exemple d'après Taillard).



AFFECTATION QUADRATIQUE



<http://mao.uclouvain.be>

à chaque avion ?

Quadratic Assignment Problem (QAP)

Minimiser le flux total

- n objets, n emplacements
- f_{ij} : flot entre objets i et j ,
- d_{rs} : distance entre emplacement r et s

Applications : répartition de bâtiments ou de servives, affectation des portes d'aéroport, placement de modules logiques, claviers...

Quadratic Assignment Problem (QAP)

Exercice

Traduire le problème en un problème d'optimisation en exprimant la fonction à optimiser.

Vehicule Routing Problem (VRP)

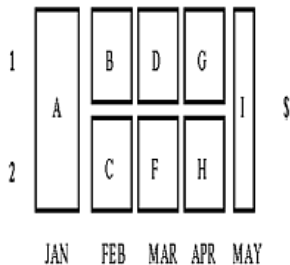
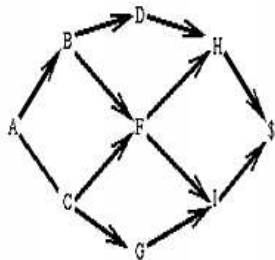
But : transporter des biens à des clients

Véhicule à capacité limitée, fenêtre de temps, etc.

Problème : Déterminer pour chaque véhicule leur trajet de manière à minimiser les coûts (temps, essence, etc.)

Application : logistique du dernier kilomètre, etc.

Job Scheduling Problem



Ensemble de tâches

$$J = \{j_1, j_2, j_3, \dots, j_p\}$$

temps d'exécution $p(j_i)$

Réalisés sur m machines

$$M = \{M_1, \dots, M_m\}$$

Applications : ordonnancement, emploi du temps, ...

Paysages NK

$$f(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i(x_i; x_{i_1}, \dots, x_{i_K})$$

- N nombre d'acides animés
- $K \leq N - 1$ nombres d'interaction entre ac. animés
- deux types d'ac. animé 0 ou 1
- x_k le k^{eme} ac. animé d'une chaîne x
- $\{i_1, \dots, i_K\} \subset \{1, \dots, i-1, i+1, \dots, N\}$
- $f_i : \{0, 1\}^{K+1} \rightarrow [0, 1]$

Application : modélisation de protéines

exemple $N = 4$ $K = 2$

$$x = 0110$$

$x_1 x_2 x_4$	f_1
000	0.9
001	0.6
010	0.1
011	0.2
...	...

$x_1 x_2 x_3$	f_2
000	0.4
001	0.8
010	0.3
011	0.2
...	...

$x_2 x_3 x_4$	f_3
000	0.2
...	...
101	0.9
110	0.1
111	0.5

$x_1 x_2 x_4$	f_4
000	0.1
001	0.2
010	0.8
011	0.0
...	...

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{1}{4} (f_1(010) + f_2(011) + f_3(110) + f_4(010)) \\
 &= \frac{1}{4} (0.1 + 0.2 + 0.1 + 0.8) \\
 &= 0.3
 \end{aligned}$$

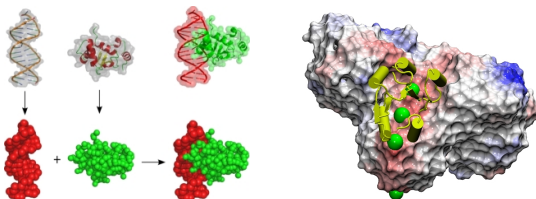
Problème du sac à dos

Exercice

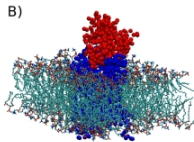
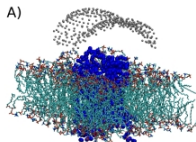
Traduire en un problème d'optimisation le problème qui consiste à remplir un sac à dos avec le plus d'objets de valeur en tenant compte de leur encombrement.

Docking moléculaire

Position relative qui minimise l'énergie électrostatique



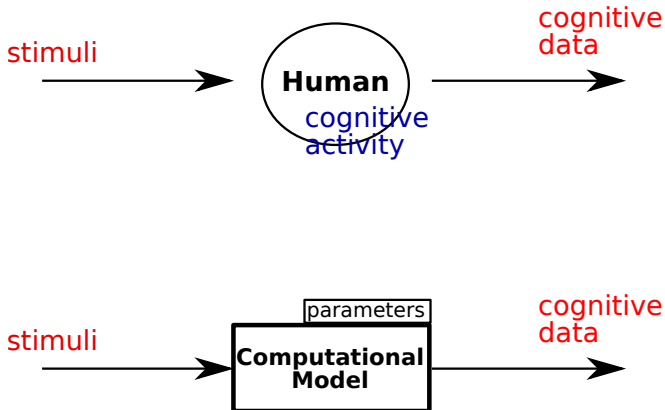
ADN - protéine ou protéine - protéine



(crédits S. Fiorucci, université de Nice Sophia Antipolis)

Calibration de modèle

Modèle cognitif computationnel



Un modèle, à quoi ça sert ?...

Pourquoi faire un modèle ?

- Valeur explicative :
 - Définition et utilisation d'un vocabulaire formel pour décrire le comportement cognitif
 - Approche théorique : apport de nouvelles connaissances scientifiques
- Valeur prédictive :
 - Utilisation de la simulation d'un modèle pour prédire le comportement d'un humain
 - Approche pratique : par exemple en ergonomie

Charge cognitive

Definition

Cognitive Load (or mental workload) is the property emerging from the interaction between the requirements of the task, their circumstances and the skills, behaviors, and perceptions of the user.

- Working Memory (Sweller, 1988) :
Problem solving, reasoning, language
- Attentional capacity :
Divided vs selective attention (Dual-Task Paradigm)
 - Filter Theory of selective attention (Broadbent, 1958)
 - Single channel theory (Welford, 1967, 1980)
 - Resource Theory (Kahneman, 1973 ; Wickens, 1984)
- Serial vs Parallel allocation of attention during Dual-Task ?

Estimation de la charge cognitive

Methods :

- Self-report measures (subjective) : uni or multi-dimensional scales (SWAT, NASA-TLX,...).
- Physiological measures :
 - EEGs, Heart rate, Electrodermal activity, pupil diameter,...

Tâche de mémorisation de symboles

Description simple de la tâche

- Une suite de chiffres est énoncée à un sujet
- Le sujet doit restituer cette suite

Quels sont les modalités/systèmes cognitifs mis en jeu ?

Tâche de mémorisation de symboles

Description simple de la tâche

- Une suite de chiffres est énoncée à un sujet
- Le sujet doit restituer cette suite

Quels sont les modalités/systèmes cognitifs mis en jeu ?

- Mémoire de travail
- Canal auditif

Un petit test

Protocole

- A écrit n chiffres
- A dicte à B ces n chiffres
- B restitue ensuite ces n chiffres
- Pendant ce temps C "prend" le pouls

Résultats : Réussite ou echec ? Tester avec $n = 5$ et/ou $n = 9$.

Un petit test

Protocole

- A écrit n chiffres
- A dicte à B ces n chiffres
- B restitue ensuite ces n chiffres
- Pendant ce temps C "prend" le pouls

Résultats : Réussite ou echec ? Tester avec $n = 5$ et/ou $n = 9$.

$$7 +/_- 2$$

Estimation de la charge cognitive

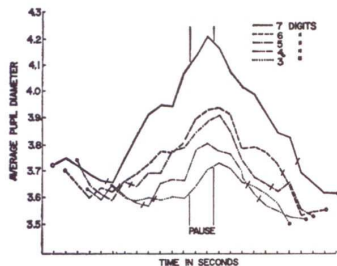
Methods :

- Self-report measures (subjective) : uni or multi-dimensional scales (SWAT, NASA-TLX,...).
- Physiological measures :
 - EEGs, Heart rate, Electrodermal activity, **pupil diameter**,...

Pupil Diameter (Task-evoked Pupillary Responses)

Digit span task

- Encoding : increases
 - Recall : decreases
-
- Pupillary response correlates positively with increases in mental processing effort, or workload (Bucks and Walrath, 1992 ; Beatty, 1982 ; Granholm et al., 1996 ; Just et al., 2003).



Kahneman and Beatty (1966)

Task-evoked Pupillary Responses (TEPR)

Number studies have shown significant relations between pupillary responses and cognitive processes

- Short-Term Memory (Kahneman and Beatty, 1966 ; Van Der Meer et al, 2005)
- Language (Just and Carpenter, 1992)
- Reasoning (Nuthmann and Van Der Meer, 2005)
- Memory (Karatekin, Couperus, and Marcus, 2004 ; Van Der Meer, Friedrich, Nuthmann, Stelezl, and Kuchinke, 2005)
- Perception (Verney, Granholm, and Dionisio, 2001 ; Schlemmer et al, 2005)
- ...

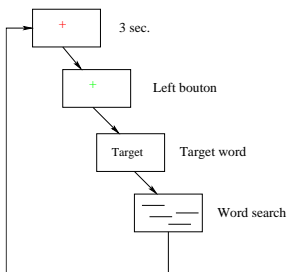
and information seeking?

Etude et méthodologie

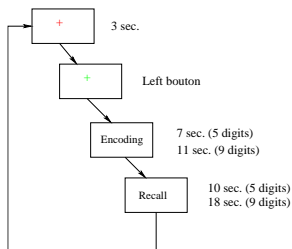
Goal : Testing attentional load with dual-task paradigm

- 2 single tasks and 1 dual task
- **Vision** : Word-Search (WS)
Target-word on a set of 12 words randomly displayed (same length)
 - Lexical Frequency (low vs high)
 - Fitts'index (low vs high)
- **Audition** : Digit-Span (DS)
Digit from 0 to n
 - Digits' sequence (5 digits vs 9 digits)
 - Phase (encoding vs recall)
- **Vision + Audition** : Mixing WS and DS
 - All previous factors

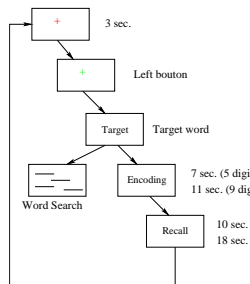
Méthodologie



Word Search task



Digit Span task

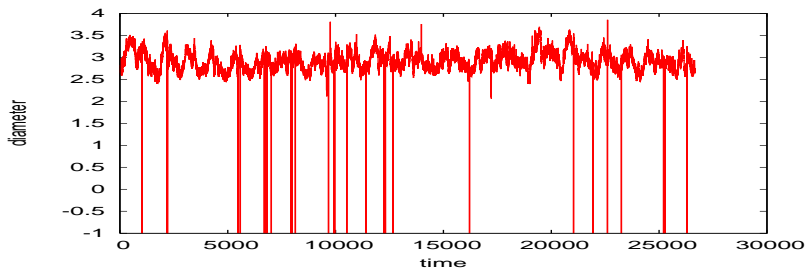
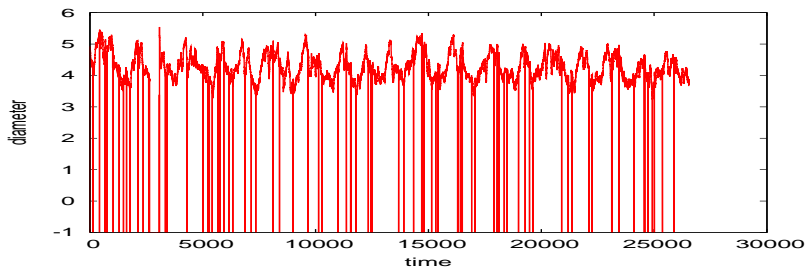


Dual task

Résultats

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	
1	Subject	Session	ID	RTTime	CursorX	CursorY	Timestamp	DiameterPupil	DistanceLeftEye	Validity	DiameterPupil	DistanceRightEye	Validity	Trailid	TpsSeq	Etape	±
2	1	21	5199	284604	585	397	4064659.505		-1	-1	4.5075394	684.5776	0	1	11000	CroixRouge	0.
3	1	21	5200	284623	598	399	4064678.628	4.862908	683.7488	0	5.019675	684.5776	0	1	11000	CroixRouge	-0.
4	1	21	5201	284643	605	396	4064698.623	4.913707	683.7488	0	5.078091	684.5776	0	1	11000	CroixRouge	0.
5	1	21	5202	284663	599	392	4064718.499	4.884111	683.7488	0	5.099319	684.5776	0	1	11000	CroixRouge	0.
6	1	21	5203	284676	601	381	4064738.495	4.89161	683.2912	0	5.087602	686.0275	0	1	11000	CroixRouge	-0.
7	1	21	5204	284703	601	394	4064758.373	4.912834	683.2912	0	5.026255	686.0275	0	1	11000	CroixRouge	-0.
8	1	21	5205	284722	607	394	4064778.366	4.830601	683.2912	0	5.05141	686.0275	0	1	11000	CroixRouge	0.
9	1	21	5206	284742	514	394	4064798.243	4.865799	683.2912	0	5.07658	686.0275	0	1	11000	CroixRouge	0.
10	1	21	5207	284762	497	381	4064818.238	4.829736	683.2912	0	4.995622	686.0275	0	1	11000	CroixRouge	-0.
11	1	21	5208	284775	480	381	4064838.116	4.842025	683.4144	0	5.016651	686.6942	0	1	11000	CroixRouge	0.
12	1	21	5209	284803	491	381	4064858.112	4.796798	683.4144	0	4.926803	686.6942	0	1	11000	CroixRouge	-0.

Résultats : succession des essais pour un même sujet



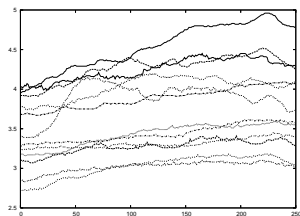
Pré-traitement

Phase indispensable avant toute modélisation

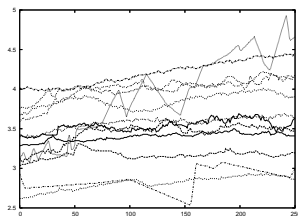
- How to build TEPRs :
No consensus in the litterature
 - TEPRs consist in aggregating pupil diameter over a period of fixed time.
- Our construction method :
TEPRs on a variable period of time (Normalized TEPRs)
 - 1 Filtering out saccades and blink related artifacts.
 - 2 Smoothing the data with a low-pass filter
 - 3 Resampling the data with a fixed number of points (250 pts)

Diamètres pupillaires pour les 24 sujets : encodage

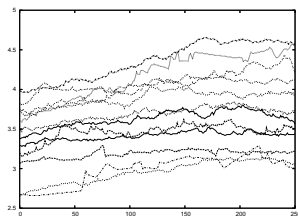
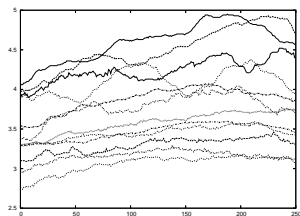
12 premiers sujets



12 derniers sujets



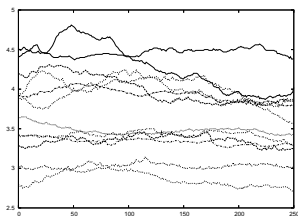
5 nombres à mémoriser



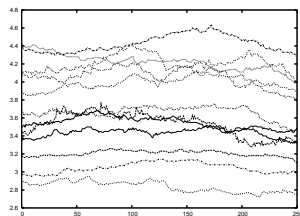
9 nombres à mémoriser

Diamètres pupillaires pour les 24 sujets : Rappel

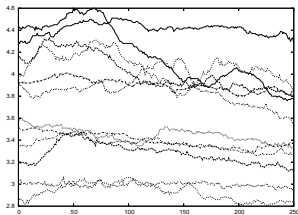
12 premiers sujets



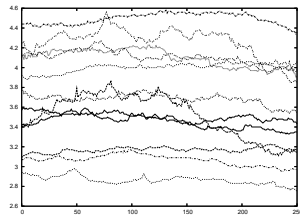
12 derniers sujets



5 nombres à mémoriser



9 nombres à mémoriser



Modélisation

Questions

- Nature de la modélisation :
 - Qu'est-ce qu'un modèle dans notre cas ?
 - Comment définir un comportement moyen ?
- Exploitation de la modélisation :
 - Est-ce que la pupille est un marqueur de la charge cognitive pour ces tâches ?
 - Est-ce que les tâches sont traitées en parallèle ou en série ?

Modélisation

Questions

- Nature de la modélisation :
 - Qu'est-ce qu'un modèle dans notre cas ?

Modélisation

Questions

- Nature de la modélisation :
 - Qu'est-ce qu'un modèle dans notre cas ?
Fonction f_θ dépendant de paramètres θ du diamètre pupillaire en fonction de l'unité de temps pour chacune des situations
 - Comment définir un comportement moyen ?

Modélisation

Questions

- Nature de la modélisation :
 - Qu'est-ce qu'un modèle dans notre cas ?
Fonction f_θ dépendant de paramètres θ du diamètre pupillaire en fonction de l'unité de temps pour chacune des situations
 - Comment définir un comportement moyen ?
Voir plus loin
- Exploitation de la modélisation :
 - Est-ce que la pupille est un marqueur de la charge cognitive pour ces tâches ?

Modélisation

Questions

- Nature de la modélisation :
 - Qu'est-ce qu'un modèle dans notre cas ?
Fonction f_θ dépendant de paramètres θ du diamètre pupillaire en fonction de l'unité de temps pour chacune des situations
 - Comment définir un comportement moyen ?
Voir plus loin
- Exploitation de la modélisation :
 - Est-ce que la pupille est un marqueur de la charge cognitive pour ces tâches ?
Variation non standard (lumière, etc.) du diamètre de la pupille
 - Est-ce que les tâches sont traitées en parallèle ou en série ?

Modélisation

Questions

- Nature de la modélisation :
 - Qu'est-ce qu'un modèle dans notre cas ?
Fonction f_θ dépendant de paramètres θ du diamètre pupillaire en fonction de l'unité de temps pour chacune des situations
 - Comment définir un comportement moyen ?
Voir plus loin
- Exploitation de la modélisation :
 - Est-ce que la pupille est un marqueur de la charge cognitive pour ces tâches ?
Variation non standard (lumière, etc.) du diamètre de la pupille
 - Est-ce que les tâches sont traitées en parallèle ou en série ?
Relation entre les modèles pour chaque situation

modèle de comportement moyen ?

Moyenne des formes vs. Forme de la moyenne

modèle de comportement moyen ?

Moyenne des formes vs. Forme de la moyenne

- Forme de la moyenne :
 - Calculer la moyenne des courbes expérimentales :
 $\{data_i\} \Rightarrow \overline{data}$
 - Calculer la fonction décrivant la courbe moyenne : $\overline{data} \Rightarrow f_\theta$

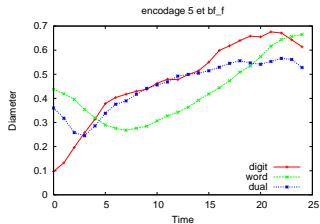
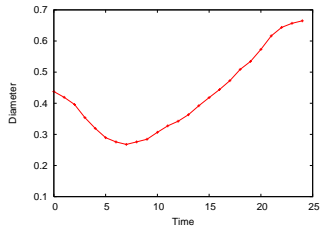
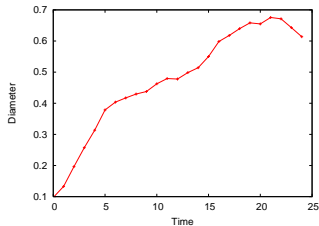
modèle de comportement moyen ?

Moyenne des formes vs. Forme de la moyenne

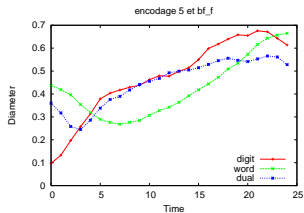
- Forme de la moyenne :
 - Calculer la moyenne des courbes expérimentales :
 $\{data_i\} \Rightarrow \overline{data}$
 - Calculer la fonction décrivant la courbe moyenne : $\overline{data} \Rightarrow f_{\theta}$
- Moyenne des formes :
 - Calculer les fonctions décrivant chaque courbe expérimentale :
 $\{data_i\} \Rightarrow \{f_{\theta_i}\}$
 - Calculer le modèle moyen par la moyenne des paramètres :
 $\{f_{\theta_i}\} \Rightarrow f_{\bar{\theta}}$

Average of the normalized encoding curves

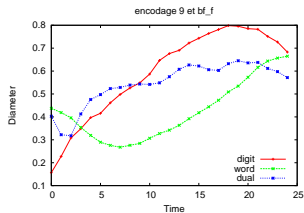
5 digits, low frequency lex., easy fits



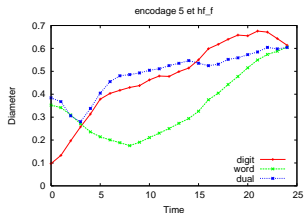
Average of the normalized encoding curves



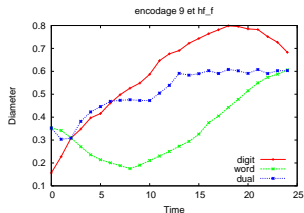
5 d., low, easy



9 d., low, easy



5 d., high, easy



9 d., high, easy

Principe général de la modélisation

Une idée de modélisation ?

Principe général de la modélisation

Une idée de modélisation ?

But : déduire des tâches simples la tâche duale

- f_{WS} , f_{DS} : fonctions construites à partir de l'interpolation linéaire des données expérimentales pour chacune des tâches simples
- F est définie à partir de f_{WS} et f_{DS}

Première tentative

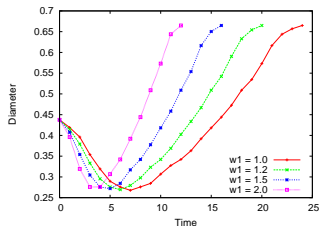
Intuition/Hypothèse

- courbe *Dual* : combinaison linéaire des courbes *WS* et *DS*,
- Les minima des courbes *WS* et *Dual* se ressemblent :
la concavité autour du minimum de la courbe de *Dual* semble être une homothétie de celui de *WS*

Première tentative

Intuition/Hypothèse

- courbe *Dual* : combinaison linéaire des courbes *WS* et *DS*,
- Les minima des courbes *WS* et *Dual* se ressemblent : la concavité autour du minimum de la courbe de *Dual* semble être une homothétie de celui de *WS*



$$f_{WS}(\omega t)$$

Première tentative

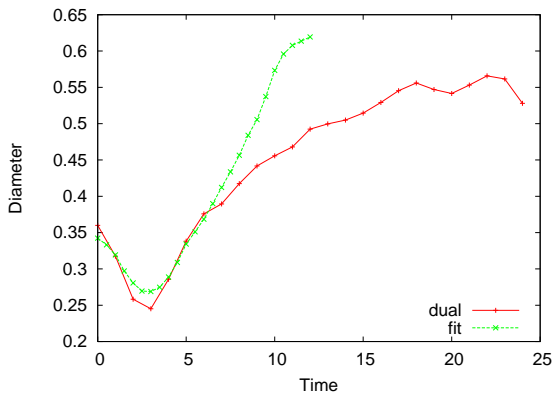
Intuition/Hypothèse

- courbe *Dual* : combinaison linéaire des courbes *WS* et *DS*,
- Les minima des courbes *WS* et *Dual* se ressemblent : la concavité autour du minimum de la courbe de *Dual* semble être une homothétie de celui de *WS*

$$F(t) = \alpha f_{DM}(t) + (1 - \alpha) f_{WS}(\omega t)$$

Première tentative : résultats

Ajustement "à la main" des 2 paramètres α et ω .



$\alpha = 0.28$ et $\omega = 2.1$

Première tentative : résultats

Observations :

- Bonne correspondance des concavités autour des minima (mais ce n'est qu'intuitif)
- Problème d'échelle pour obtenir la durée totale !
- Courbe Duale serait plus proche de la courbe DS par la suite.

Deuxième tentative

Intuition/Hypothèse

- courbe *Dual* : combinaison linéaire des courbes *WS* et *DS*,
- Les minima des courbes *WS* et *Dual* se ressemblent :
la concavité autour du minimum de la courbe de *Dual* semble être une homothétie de celui de *WS*
- 2 périodes : avant T , accélération de la tache *WS* et après T , ralentir *WS*

Deuxième tentative

Intuition/Hypothèse

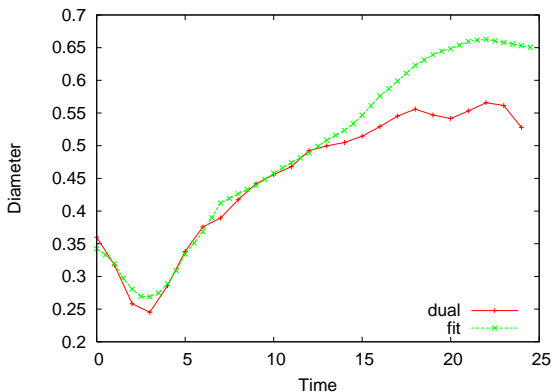
- courbe *Dual* : combinaison linéaire des courbes *WS* et *DS*,
- Les minima des courbes *WS* et *Dual* se ressemblent : la concavité autour du minimum de la courbe de *Dual* semble être une homothétie de celui de *WS*
- 2 périodes : avant T , accélération de la tache *WS* et après T , ralentir *WS*

$$F(t) = \begin{cases} \alpha_1 f_{DM}(t) + (1 - \alpha_1) f_{WS}(\omega_1 t) & \text{if } \forall t < T \\ \alpha_2 f_{DM}(t) + (1 - \alpha_2) f_{WS}(\omega_1 T + \omega_2(t - T)), & \text{if } \forall t \geq T \end{cases}$$

$$\omega_2 = \frac{T_{max} - \omega_1 T}{T_{max} - T}$$

Deuxième tentative : résultats

Ajustement "à la main" des 4 paramètres α_1 , α_2 , ω_1 et T .



$\alpha_1 = 0.28$, $\alpha_2 = 0.28$, $\omega_1 = 2.1$ et $T = 7$.

Deuxième tentative : résultats

Observations :

- Bonne correspondance des concavités autour des minima (mais ce n'est qu'intuitif)
- Pas satisfaisant en fin de tache
- Courbes WS et DS ont toutes deux des diamètres pupillaires supérieures à la tache duale.

Troisième tentative

Intuition/Hypothèse

- (...)
- 2 périodes : avant T accélération de la tache WS , après T ralentir WS
- pas de normalisation de la pondération

Troisième tentative

Intuition/Hypothèse

- (...)
- 2 périodes : avant T accélération de la tâche WS , après T ralentir WS
- pas de normalisation de la pondération

$$F(t) = \begin{cases} K_1(\alpha_1 f_{DM}(t) + (1 - \alpha_1) f_{WS}(\omega_1 t)) & \text{if } \forall t < T \\ K_2(\alpha_2 f_{DM}(t) + (1 - \alpha_2) f_{WS}(\omega_1 T + \omega_2(t - T))), & \text{if } \forall t \geq T \end{cases}$$

$$\omega_2 = \frac{T_{max} - \omega_1 T}{T_{max} - T}$$

Recherche des paramètres de la modélisation

6 paramètres à ajuster...

Recherche des paramètres de la modélisation

6 paramètres à ajuster...

Principe

Passage d'un problème de calibration de modèle
à un problème d'optimisation.

Recherche des paramètres de la modélisation

6 paramètres à ajuster...

Principe

Passage d'un problème de calibration de modèle à un problème d'optimisation.

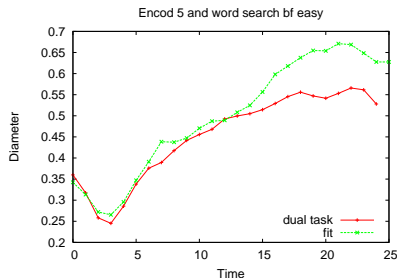
Minimiser la distance entre les données expérimentales et la réponse du modèle :

$$D(F, f_{dual}) = \sum_{t=0}^{T_{max}} (F(t) - f_{dual}(t))^2 \quad (1)$$

Méthode standart

- Méthode least squares : descente de gradient

Troisième tentative : résultats



$$\alpha_1^{DM} = 0.26949 + / - 3.57272$$

$$\alpha_1^{WS} = 0.71589 + / - 2.48088$$

$$\omega_1 = 2.18175 + / - 7.31864$$

$$\alpha_2^{DM} = 0.75530 + / - 4.03088$$

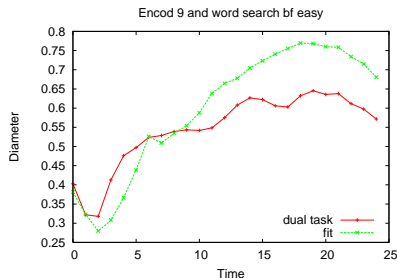
$$\alpha_2^{WS} = 0.26424 + / - 7.38936$$

le nombre de degré de liberté est : dof = 20

Le chi2 est de : chisq = 0.0209632

et donc chisq/dof = 0.00104816

Troisième tentative : premiers résultats



$$\alpha_1^{DM} = 0.54886 + / - 3.52852$$

$$\alpha_1^{WS} = 0.64250 + / - 3.11468$$

$$\omega_1 = 2.91984 + / - 4.88156$$

$$\alpha_2^{DM} = 0.58580 + / - 1.68662$$

$$\alpha_2^{WS} = 0.62422 + / - 4.07546$$

le nombre de degré de liberté est : dof = 20

Le chi2 est de : chisq = 0.0121965

et donc chisq/dof = 0.000609824

Troisième tentative : premiers résultats

- Résultats "semblent" visuellement tout juste acceptable pour ces courbes
- les α s ont à peu près le même ordre de grandeur

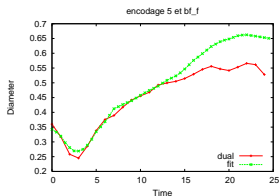
Troisième tentative : premiers résultats

- Résultats "semblent" visuellement tout juste acceptable pour ces courbes
- les α s ont à peu près le même ordre de grandeur

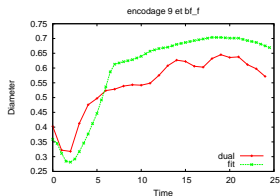
Mais dans la méthode d'optimisation

- algorithme least squares : grande variation de résultats selon les exécutions
- l'algo. s'arrête avant d'avoir convergé et trouvé de bonnes valeurs : **minima locaux**

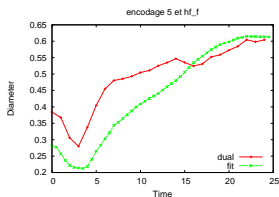
Troisième tentative : premiers résultats



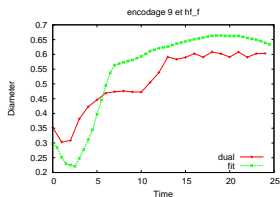
5 d., low, easy



9 d., low, easy



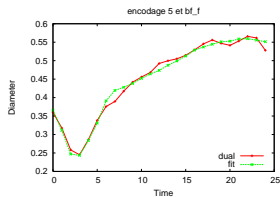
5 d., high, easy



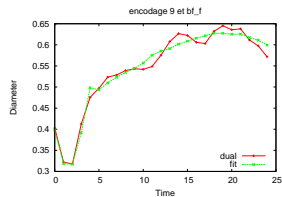
9 d., high, easy

→ Utiliser une meilleure méthode d'optimisation !

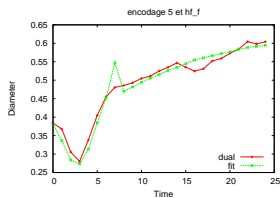
Troisième tentative : résultats !



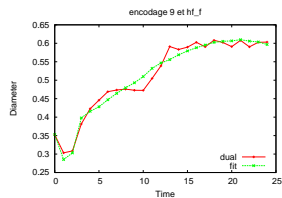
5 d., low, easy



9 d., low, easy



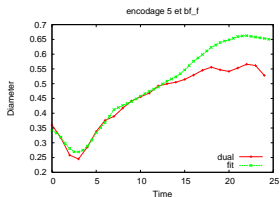
5 d., high, easy



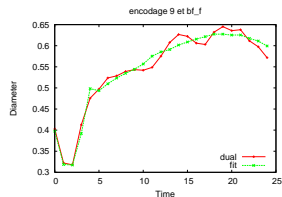
9 d., high, easy

Troisième tentative : résultats !

5 d., low, easy

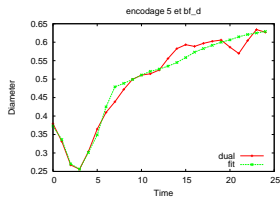


Moindres carrés

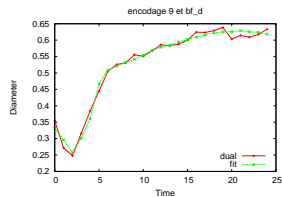


CMA-ES

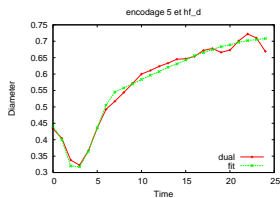
Troisième tentative : résultats !



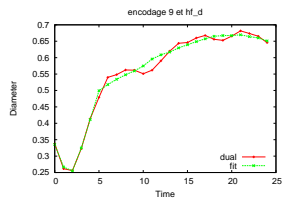
5 d., low, hard



9 d., low, hard



5 d., high, hard



9 d., high, hard

Value of the parameters and least squares D.

DM	WS	D	K_1	α_1	ω_1	K_2	α_2	T
5	lf e	0.0031 0.0032 _{0.0001}	0.887 0.884 _{0.011}	0.073 0.071 _{0.025}	2.67 2.67 _{0.083}	0.840 0.841 _{0.001}	0.244 0.295 _{0.042}	6 6.1 _{0.30}
5	hf e	0.0105 0.0111 _{0.0003}	1.341 1.316 _{0.017}	0.266 0.208 _{0.038}	2.43 2.69 _{0.191}	0.963 0.962 _{0.004}	0.083 0.090 _{0.035}	7 6.2 _{0.60}
5	lf h	0.0089 0.0091 _{0.0001}	1.028 1.021 _{0.004}	0.093 0.083 _{0.007}	2.68 2.70 _{0.013}	0.929 0.929 _{0.001}	0.092 0.133 _{0.023}	6 6.0 _{0.00}
5	hf h	0.0053 0.0055 _{0.0001}	1.144 1.136 _{0.012}	0.078 0.066 _{0.022}	2.72 2.73 _{0.072}	1.061 1.061 _{0.000}	0.089 0.170 _{0.040}	6 6.1 _{0.30}
9	lf e	0.0054 0.0061 _{0.0011}	1.103 1.107 _{0.015}	0.274 0.293 _{0.037}	4.25 4.14 _{0.253}	0.888 0.886 _{0.003}	0.325 0.348 _{0.014}	4 4.2 _{0.40}
9	hf e	0.0066 0.0074 _{0.0003}	1.271 1.275 _{0.002}	0.382 0.415 _{0.011}	4.62 3.82 _{0.268}	0.939 0.939 _{0.006}	0.264 0.273 _{0.025}	3 3.9 _{0.30}
9	lf h	0.0046 0.0047 _{0.0001}	0.994 0.992 _{0.003}	0.242 0.245 _{0.009}	3.53 3.54 _{0.015}	0.901 0.899 _{0.002}	0.223 0.236 _{0.009}	5 5.0 _{0.00}
9	hf h	0.0045 0.0046 _{0.0001}	0.891 0.909 _{0.016}	0.130 0.176 _{0.041}	4.33 4.15 _{0.154}	0.962 0.962 _{0.003}	0.290 0.283 _{0.023}	4 4.6 _{0.49}

Commentaires sur les résultats

- Word search is faster for 9 digits than for 5 digits.
 - 5 digits : $T \approx 6$ and $2.5 \leq \omega_1 \leq 3.0$
 - 9 digits : $T \approx 4$ and $3.5 \leq \omega_1 \leq 4.7$.
- Word search task has the main influence on the pupil diameter.
 - α_1 and α_2 small and ≤ 0.39 .
- Word search task has more influence on 9 digits than for 5 digits
 - α_1 or α_2 are respectively higher for 9 digits tasks than for 5 digits tasks.

Conclusion de l'étude

- Word search task has the priority on the digit memory task,
- Priority for word search task stronger when the digit memory task is more difficult.

We can suppose that the people are first concentrated on word search task to save time for the more difficult task after.

Optimization

Inputs

- Search space : Set of all feasible solutions,

$$\mathcal{X}$$

- Objective function : Quality criterium

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$$

Goal

Find the best solution according to the criterium

$$x^* = \operatorname{argmax} f$$

Optimization

Inputs

- Search space : Set of all feasible solutions,

$$\mathcal{X}$$

- Objective function : Quality criterium

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$$

Goal

Find the best solution according to the criterium

$$x^* = \operatorname{argmax} f$$

But, sometime, the set of all best solutions, good approximation of the best solution, good 'robust' solution...

Contexte

Black box Scenario

We have only $\{(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1)), \dots\}$ given by an "oracle"
No information is either not available or needed on the definition of objective function

- Objective function given by a computation, or a simulation
- Objective function can be irregular, non differentiable, non continuous, etc.

Typologie des problèmes

- Espace de recherche très large dont les variables sont discrètes (cas NP-complet) : optimisation combinatoire
- Espace de recherche dont les variables sont continues : optimisation numérique