Optimisation numérique
Stratégies d'évolution (1)

Master 1 I2L
2014 / 2015

Pour répondre aux questions, vous pouvez mener des recherches dans le cours ainsi que sur le web.

Exercice 1 : Dimensionalité

Ces questions ont pour but d'explorer les distances et les volumes en dimension n.

Questions :

a - Calculer en fonction de n la distance (euclidienne) entre les points de coordonnées $x = (0.2, 0.2, \ldots, 0.2)$ et $y = (0.8, 0.8, \ldots, 0.8)$ appartenant à $\mathbb{R}^n$. Que vaut la distance lorsque n tend vers l'infini ?

b - Un cube de $\mathbb{R}^n$ a pour coté 0.1. Quel est son volume en fonction de n ? Que vaut le volume lorsque n tend vers l'infini ?

c - Une boule de $\mathbb{R}^n$ a pour rayon l'unité. Quel est son volume en fonction de n ? Comparer les volumes lorsque $n = 2, 3, 10, 100$.

Exercice 2 : Méthode de Newton

Le but est de découvrir une méthode d'optimisation numérique pour les fonctions réelles d'une variable.

Questions :

a - Utiliser la méthode de Newton pour résoudre numériquement à 10^{-6} près l'équation $f(x) = 0$ où $f(x) = -x^3 + x^2 - 2x + 5$

b - Comment peut-on utiliser la méthode de Newton pour trouver les minimaux d'une fonction ?

c - Rechercher le minimum de la fonction $f(x) = 10x^4 - 20x^3 - 90x^2 + 20x + 80$ en utilisant la méthode de Newton.

Exercice 3 : Séparabilité

Le but est de découvrir la notion de séparabilité.

Questions :

a - Parmi ces fonctions suivantes, quelle fonction semble être la plus facile à maximiser ?

$$f_1(x) = (3x_1 + x_2 - 1)^2 + (-2x_1 + x_2 - 1)^2 + 1$$

$$f_2(x) = \cos\left(\frac{(x_1 - 0.5)^2(x_1 + 1) + 1}{x_1 + 1}\right) + \sqrt{\exp((x_2 - 0.25)^2) + 1}$$

pour $x \in [0, 1]^2$.

b - Trouver une approximation du maximum de f_2 par la méthode de Newton à 10^{-6} près.