

Introduction aux problèmes d'optimisation et à la modélisation

Recherche Opérationnelle et Optimisation
Master 1 I2L / ISIDIS

SÉBASTIEN VEREL

verel@lisic.univ-littoral.fr

<http://www-lisic.univ-littoral.fr/~verel>

Université du Littoral Côte d'Opale
Laboratoire LISIC
Equipe OSMOSE

Information

But, évaluation, objectifs, support de cours, bibliographie :

cf. siteweb

Plan

Recherche Opérationnelle, méthode d'optimisation

Origine historique de la recherche opérationnelle (RO)

- Expression utilisée au Royaume-Unis
- Seconde guerre mondiale (1938, Royal Air Force)
- Optimisation des *opérations* militaires
- Recueil données station radar, gestion des avions, stratégie sous-marins allemand

Définition contemporaine de RO

Modélisation mathématique d'un problème,
puis résoudre ce problème à l'aide d'une méthode informatique

Problème d'optimisation

Définition : problème d'optimisation

Un **problème d'optimisation** est un couple (\mathcal{X}, f) avec :

- Espace de recherche : ensemble des solutions possibles,

$$\mathcal{X}$$

- fonction objectif : critère de qualité (ou de non-qualité)

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$$

Résoudre un problème d'optimisation

Trouver la (ou les) meilleure solution selon le critère de qualité

$$x^* = \operatorname{argmax}_{\mathcal{X}} f$$

(dans le cas de maximisation)

Résoudre des problèmes du monde réel

Exemple de problème du monde réel

Des produits sont dans un entrepôt.

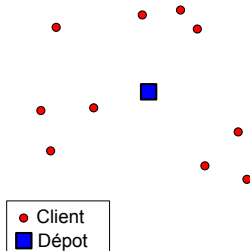
But : Livrer les produits à tous les clients.

Résoudre des problèmes du monde réel

Exemple de problème du monde réel

Des produits sont dans un entrepôt.

But : Livrer les produits à tous les clients.



Problème abstrait

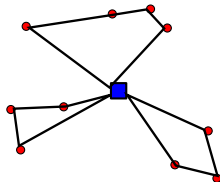
But : Minimiser la distance (le coût) parcourue en respectant les contraintes horaires

Résoudre des problèmes du monde réel

Exemple de problème du monde réel

Des produits sont dans un entrepôt.

But : Livrer les produits à tous les clients.



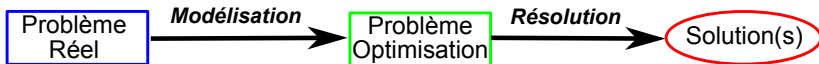
Problème abstrait

But : Minimiser la distance (le coût) parcourue en respectant les contraintes horaires

Une méthodologie de résolution de problème

Principe

Transformer un problème réel en un problème d'optimisation



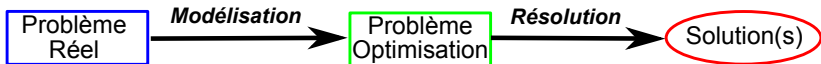
Modéliser :

- Abstraire la réalité
- Simplifier la réalité (nombre de paramètres, “bruit”, défauts,...)
- Garder les éléments pertinents par rapport au problème à résoudre

Une méthodologie de résolution de problème

Principe

Transformer un problème réel en un problème d'optimisation



Concevoir un (bon) modèle :

- Connaissance experte du domaine
- Connaissance des méthodes de résolution (informatique)

Problème d'optimisation

Définition : problème d'optimisation

Un **problème d'optimisation** est un couple (\mathcal{X}, f) avec :

- Espace de recherche : ensemble des solutions possibles,
- fonction objectif : critère de qualité (ou de non-qualité)

$$\mathcal{X}$$

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$$

Résoudre un problème d'optimisation

Trouver la (ou les) meilleure solution selon le critère de qualité

$$x^* = \operatorname{argmax}_{\mathcal{X}} f$$

Problème d'optimisation

Définition : problème d'optimisation

Un **problème d'optimisation** est un couple (\mathcal{X}, f) avec :

- Espace de recherche : ensemble des solutions possibles,

$$\mathcal{X}$$

- fonction objectif : critère de qualité (ou de non-qualité)

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$$

Résoudre un problème d'optimisation

Trouver la (ou les) meilleure solution selon le critère de qualité

$$x^* = \operatorname{argmax}_{\mathcal{X}} f$$

Mais, des fois, l'ensemble de toutes les meilleures solution, ou une bonne approximation, ou une solution "robuste", etc.

Contexte

Optimisation boîte noire (Black box)

Nous ne pouvons connaître que $\{(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1)), \dots\}$ donnés par un "oracle"

Aucune information sur la définition de la fonction objectif f n'est soit disponible ou soit nécessaire



- Fonction objectif donnée par un calcul ou une simulation
- Fonction objectif peut être irrégulière, non différentiable, non continue, etc.

Typologie des problèmes d'optimisation

Classification

- **Optimisation combinatoire** : Espace de recherche dont les variables sont discrètes (cas NP-difficile)
- **Optimisation numérique (continue)** : Espace de recherche dont les variables sont continues
- **N'entrant pas dans les deux autres catégories** : combinaison discret/continue, programme, morphologie, topologie, etc.

Notion de complexité

Notion de complexité
pour comprendre les problèmes NP-complet, NP-difficile

Voir Cours Licence 3 Aspects Théorique de l'Informatique (ATI)