Stratégies d'évolution

Master 1
2019 / 2020

Vous utiliserez `R` pour répondre aux questions. Vous trouverez par exemple de l'aide ici : `http://www.duclert.org/Aide-memoire-R/Le-langage/Introduction.php`.

Exercice 1 : Loi normale

Le but est de (re)découvrir la loi normale, en particulier la version multivariée.

Questions :

1.a - Tracer les densités des lois normales (mono-variée) suivantes : $\mathcal{N}(0,1)$, $\mathcal{N}(3,1)$, $\mathcal{N}(-4,1)$, $\mathcal{N}(0,0.5)$, $\mathcal{N}(0,2)$. *Indications :* consulter l'aide sur `dnorm`, et `plot`, `lines`.

1.b - En effectuant une recherche sur le web, donner la relation entre les distributions $\mathcal{N}(m,\sigma^2)$ et la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0,1)$. Tracer de deux manières différentes les densités de la loi normale $\mathcal{N}(3,2)$.

1.c - Loi normale bivariée. Ecrire des fonctions qui génèrent des échantillons de k points de $\mathbb{R}^2$ suivant les lois normales bivariées $\mathcal{N}_2(\mu, C)$ ci-dessous où μ est le vecteur moyen et C la matrice de covariance. Pour chacune des lois, tracer les échantillons de points obtenus.

- $\mathcal{N}_2(\mathbf{0}, I_2)$ où I_2 est la matrice identité de dimension 2 : cette loi normale se décompose en deux lois normales mono-variées indépendantes pour chaque coordonnée.
- $\mathcal{N}_2(\mathbf{0}, \sigma I_2)$ où I_2 est la matrice identité de dimension 2 et σ un nombre réel positif égale à 5.
- $\mathcal{N}_2(\mathbf{0}, D)$, où D est la matrice diagonale de dimension 2, $D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$.
- $\mathcal{N}_2(\mathbf{0}, C)$, où C est la matrice de dimension 2 : $C = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ avec $\theta = \pi/3$.

Exercice 2 : $(1+1)$-ES

a - Coder un algorithme $(1+1)$-ES pour trouver le minimum de la fonction sphère de dimension 2 $f(x) = x_1^2 + x_2^2$.

b - Tracer (en échelles logarithmiques) la valeur de la fonction de la solution courante en fonction du nombre d'évaluation. Interpréter le graphique.

Exercice 3 : $(1+1)$-ES avec règle du $1/5$

a - Coder un algorithme (1 + 1)-ES avec fifth-rule (règle du 1/5) pour trouver le minimum de la fonction sphère de dimension 2 $f(x) = x_1^2 + x_2^2$.

b - Comparer la dynamique avec les algorithmes précédents.

Exercice 4 : $(\mu/\mu, \lambda)$-ES

a - Coder un algorithme $(\mu/\mu, \lambda)$-ES pour trouver le minimum de la fonction sphère de dimension 2 $f(x) = x_1^2 + x_2^2$.

b - Tracer (en échelles logarithmiques) la valeur de la fonction de la solution courante en fonction du nombre d'évaluation. Interpréter le graphique.