

# Fiche 04 : Machine de Turing

Licence 3 informatique  
2021 / 2022

## Exercice 1 : Construire des machines de Turing

Questions :

- 1.a. Définir une machine de Turing qui reconnaît le langage rationnel sur  $\{a, b, c\}$  défini par l'expression régulière  $(a + b + c)^*ab$
- 1.b. Définir une machine de Turing qui reconnaît le langage sur  $\{0, 1\}$  des palindromes.
- 1.c. Définir une machine de Turing qui reconnaît le langage sur  $\{a, b, c\}$  définie par  $\{a^n b^n c^n : n \geq 0\}$ .

## Exercice 2 : Langage reconnu

La machine de Turing  $M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \square, F)$  est définie comme suit :

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$ ,  $\Gamma = \{0, 1, X, Y, \square\}$ ,  $\Sigma = \{0, 1\}$ ,  $q_0$  est l'état initial,  $F = \{q_5\}$  et la fonction de transition  $\delta$  est décrite par les quintuplets ci-dessous :

$(q_0, Y, q_0, Y, \rightarrow)(q_1, Y, q_1, Y, \rightarrow)(q_4, Y, q_4, Y, \leftarrow)(q_0, 0, q_1, X, \rightarrow)(q_1, 1, q_2, Y, \leftarrow)(q_4, X, q_0, X, \rightarrow)(q_0, \square, q_5, \square, \rightarrow)$   
 $(q_2, 0, q_2, 0, \leftarrow)(q_3, 1, q_3, 1, \rightarrow)(q_0, 1, q_3, X, \rightarrow)(q_2, Y, q_2, Y, \leftarrow)(q_3, Y, q_3, Y, \rightarrow)(q_1, 0, q_1, 0, \rightarrow)(q_2, X, q_0, X, \rightarrow)$   
 $(q_3, 0, q_4, Y, \leftarrow)(q_4, 1, q_4, 1, \leftarrow)$

Questions :

- 2.a. Représenter sous forme de table la machine de Turing  $M$ .
- 2.b. Quel est donc le langage  $L(M)$  reconnu par  $M$  ?

## Exercice 3 : Langage des mots répétés

Trouver une machine de Turing qui reconnaît les langages sur  $\Sigma = \{a, b, c\}$  suivants :

$$L_{3a} = \{w c w : w \in \{a, b\}^+\}$$

$$L_{3b} = \{w w : w \in \{a, b\}^+\}$$

## Exercice 4 : Calcul en unaire

A partir de l'alphabet  $\Sigma = \{1\}$ , on peut représenter les entiers en unaire : le nombre  $n$  se représente sur le ruban par  $n$  symboles 1 successifs suivis d'un blanc.

- 4.a. Définir la machine de Turing qui ajoute 1 à un nombre écrit en unaire.

- 4.b. Définir la machine de Turing qui calcule la somme deux nombres écrit en unaire.
- 4.c. Définir la machine de Turing qui double un nombre écrit en unaire.

## **Exercice 5 : Calcul en binaire**

En utilisant une machine de Turing à 3 rubans,

- 5.a. Définir la machine de Turing qui calcule la somme de deux nombres écrits en binaire
- 5.b. Définir la machine de Turing qui calcule le produit deux nombres écrit en binaire

## **Exercice 6 : Problème de castor**

- 6.a. Qu'est-ce que le problème du Castor Affairé?
- 6.b. Donner le castor affairé pour  $n = 1$  ou  $2$ .