

Intelligence des automates

Sébastien Verel

<http://www-lisic.univ-littoral.fr/~verel/>

Laboratoire Informatique, Signal et Image de la Côte d'Opale (LISIC),
Université du Littoral Côte d'Opale

Stage de Mathématiques pour lycéens de seconde



26/27 juin 2023



Qu'est-ce que l'informatique ?

Qu'est-ce que l'informatique ?

Science et technologie du traitement automatique de l'information

Qu'est-ce que l'informatique ?

Science et technologie du traitement automatique de l'information

Exécution de programmes informatiques (langage non ambigu)
par des machines (ordinateurs, robots, automates, etc.)
pour traiter l'information (données numériques, etc.)

Quiz

Question 1

Qui a écrit le premier programme informatique pour une machine ?

1. Alan Turing
2. Ada Lovelace
3. Abu Djafar Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi

Quiz

Question 1

Qui a écrit le premier programme informatique pour une machine ?

1. Alan Turing : 1936 article fondateur de la calculabilité
2. **Ada Lovelace** : 1840, mathématicienne,



Diagram for the computation by the Engine of the Weavers of Bernoulli. See Note G, page 277 of eng.

Number of Operation	Variable and Index	Variable and Index	Reference to the operation in the program	Statement of the rule	Flow										Working Variable			Result Variable							
					1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	1	2	3	4				
1	$x_1 = 1$	$x_2 = 1$	$x_3 = 1$	$x_4 = 1$																					
2	$x_1 = 2$	$x_2 = 2$	$x_3 = 2$	$x_4 = 2$																					
3	$x_1 = 3$	$x_2 = 3$	$x_3 = 3$	$x_4 = 3$																					
4	$x_1 = 4$	$x_2 = 4$	$x_3 = 4$	$x_4 = 4$																					
5	$x_1 = 5$	$x_2 = 5$	$x_3 = 5$	$x_4 = 5$																					
6	$x_1 = 6$	$x_2 = 6$	$x_3 = 6$	$x_4 = 6$																					
7	$x_1 = 7$	$x_2 = 7$	$x_3 = 7$	$x_4 = 7$																					
8	$x_1 = 8$	$x_2 = 8$	$x_3 = 8$	$x_4 = 8$																					
9	$x_1 = 9$	$x_2 = 9$	$x_3 = 9$	$x_4 = 9$																					
10	$x_1 = 10$	$x_2 = 10$	$x_3 = 10$	$x_4 = 10$																					
11	$x_1 = 11$	$x_2 = 11$	$x_3 = 11$	$x_4 = 11$																					
12	$x_1 = 12$	$x_2 = 12$	$x_3 = 12$	$x_4 = 12$																					
13	$x_1 = 13$	$x_2 = 13$	$x_3 = 13$	$x_4 = 13$																					
14	$x_1 = 14$	$x_2 = 14$	$x_3 = 14$	$x_4 = 14$																					
15	$x_1 = 15$	$x_2 = 15$	$x_3 = 15$	$x_4 = 15$																					
16	$x_1 = 16$	$x_2 = 16$	$x_3 = 16$	$x_4 = 16$																					
17	$x_1 = 17$	$x_2 = 17$	$x_3 = 17$	$x_4 = 17$																					
18	$x_1 = 18$	$x_2 = 18$	$x_3 = 18$	$x_4 = 18$																					
19	$x_1 = 19$	$x_2 = 19$	$x_3 = 19$	$x_4 = 19$																					
20	$x_1 = 20$	$x_2 = 20$	$x_3 = 20$	$x_4 = 20$																					
21	$x_1 = 21$	$x_2 = 21$	$x_3 = 21$	$x_4 = 21$																					
22	$x_1 = 22$	$x_2 = 22$	$x_3 = 22$	$x_4 = 22$																					
23	$x_1 = 23$	$x_2 = 23$	$x_3 = 23$	$x_4 = 23$																					
24	$x_1 = 24$	$x_2 = 24$	$x_3 = 24$	$x_4 = 24$																					
25	$x_1 = 25$	$x_2 = 25$	$x_3 = 25$	$x_4 = 25$																					
26	$x_1 = 26$	$x_2 = 26$	$x_3 = 26$	$x_4 = 26$																					
27	$x_1 = 27$	$x_2 = 27$	$x_3 = 27$	$x_4 = 27$																					
28	$x_1 = 28$	$x_2 = 28$	$x_3 = 28$	$x_4 = 28$																					
29	$x_1 = 29$	$x_2 = 29$	$x_3 = 29$	$x_4 = 29$																					
30	$x_1 = 30$	$x_2 = 30$	$x_3 = 30$	$x_4 = 30$																					
31	$x_1 = 31$	$x_2 = 31$	$x_3 = 31$	$x_4 = 31$																					
32	$x_1 = 32$	$x_2 = 32$	$x_3 = 32$	$x_4 = 32$																					

3. Abu Djafar Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi : mathématicien perse du IX^{ème} siècle

Quiz

Question 2

Qui a écrit le premier compilateur
(langage abstrait → langage machines) ?

1. John Von Neumann
2. Claude Shannon
3. Grace Hopper

Quiz

Question 2

Qui a écrit le premier compilateur
(langage abstrait → langage machines) ?

1. John Von Neumann : mathématicien, architecture des ordinateurs en 1945
2. Claude Shannon : Théorie de l'information, master 1938,
3. [Grace Hopper](#) : en 1951 (A-0 System) et du langage Cobol 1959



Qu'est-ce que l'informatique ?

Qu'est-ce que l'informatique ?

Science et technologie du traitement automatique de l'information

Qu'est-ce que l'informatique ?

Science et technologie du traitement automatique de l'information

Exécution de programmes informatiques (langage non ambigu)
par des machines (ordinateurs, robots, [automates](#), etc.)
pour traiter l'information (données numériques, etc.)

Mot d'introduction : quelques exemples de mots...

- ulyse
- toison
- heureux
- beau
- celui-là
- voyage

Mot d'introduction : quelques exemples de mots...

- ulyse
- toison
- heureux
- beau
- celui-là
- voyage

Joachim Du Bellay (1522-1560)

Quelques exemples de mots...

Ou encore :

- 0605547781
- 0492942724
- 0675389509
- 0492946666

Quelques exemples de mots...

Ou encore :

- 0605547781
- 0492942724
- 0675389509
- 0492946666

Ou encore :

- as1sce
- as2ce
- as3scel

Quelques exemples de mots...

Ou encore :

- 0605547781
- 0492942724
- 0675389509
- 0492946666

Ou encore :

- as1sce
- as2ce
- as3scel

Mot : suite finie de symboles.

Langage : ensemble de mots

Par exemple, le langage des numéros de téléphone valides ; le langage des séquences possibles ; le langage des scores valides au tennis ; etc.

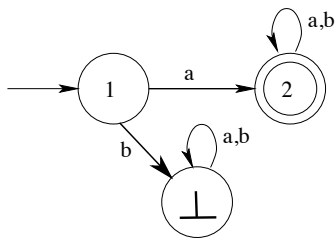
Automate fini

Définition intuitive

Machine qui calcule/reconnait les mots d'un langage à l'aide d'un nombre d'état fini, des transitions, un état initial et des états acceptants.

Exemple

Langage des mots qui commencent par a avec l'alphabet $\{a, b\}$.



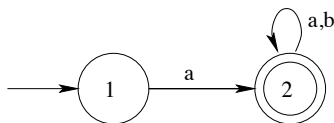
Automate fini

Définition intuitive

Machine qui calcule/reconnait les mots d'un langage à l'aide d'un nombre d'état fini, des transitions, un état initial et des états acceptants.

Exemple

Langage des mots qui commencent par a avec l'alphabet $\{a, b\}$.



Automate fini

Exercices

Programmer un automate pour qu'il reconnaisse chacun des langages suivants :

1. Langage des mots qui commencent par ab
2. Langage des mots qui contiennent ab
3. Langage des mots qui se terminent par a

A noter que l'on peut noter un automate par un table à 2 dimensions.

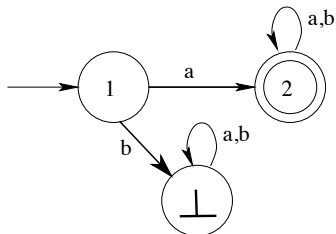
Automate fini : beaucoup d'applications

Par exemple en biologie, le séquençage

Exercice

1. Sur un brin d'ARN messagé, que code le codon AUA ?
2. Définir un automate fini qui reconnaît si une séquence d'ARN messagé contient le codon AUA.

Programmer un automate en python

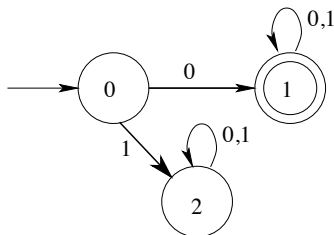


Méthode : réfléchir, et du plus simple au plus sophistiqué

Exercice

1. Ecrire un programme python qui affiche " Je suis un automate."
2. Définir 3 variables pour représenter l'état initial, la table des transitions, et les états acceptants.
3. Définir la fonction `automate_decide` dont la valeur est `True` ou `False` selon un automate accepte ou non un mot en entrée.

Programmer un automate en python



Méthode : réfléchir, et du plus simple au plus sophistiqué

Exercice

1. Ecrire un programme python qui affiche " Je suis un automate."
2. Définir 3 variables pour représenter l'état initial, la table des transitions, et les états acceptants.
3. Définir la fonction `automate_decide` dont la valeur est `True` ou `False` selon un automate accepte ou non un mot en entrée.

Un petit jeu sérieux ...

L'art de résoudre des problèmes difficiles

<http://www-lisic.univ-littoral.fr/~verel/RESEARCH/notSeriousGame/index.html>

Un problème d'emploi du temps ?

STAFF	M O N D					
	Period 1	Period 2	Period 3	Period 4	Period 5	Period 6
JAMESON	ENGLISH 2A 5	FRENCH 2B 4	HISTORY 2C 1	I. T. 1A LAB 2	MATHS 3B 3	P. E. 3A
HOLDEN	HOME EC 3A LAB 1	HOME EC 4A LAB 1	MATHS 3B 12	P. E. 3A GYM	GERMAN 1C 8	HIST 3C
BENNETT	MATHS 1B 3	ENGLISH 1A 8	P. E. 3B GYM	HISTORY 5C 3	I. T. 1B LAB 2	GER 4C
WHITESIDE	I. T. 2B LAB 2	MATHS 4A 7	ENGLISH 1B LIB	ENGLISH 2C LIB	HOME EC 1C LAB 1	HOM 4C

Problème de répartition de :

- Etudiants,
- Enseignants,
- Salles (Amphi, TD, TP),
- Créneaux horaires.

Un problème de puzzle, facile ?

5	3			7			
6			1	9	5		
	9	8				6	
8				6			3
4			8		3		1
7				2			6
	6					2	8
			4	1	9		5
				8		7	9

Question

Comment résoudre ces problèmes ?

Question

Comment résoudre ces problèmes ?

- A la "main" ... aidée par une ou plusieurs têtes bien faites.



Question

Comment résoudre ces problèmes ?

- A la "main" ... aidée par une ou plusieurs têtes bien faites.



- A l'aide d'une machine de calcul !

Technique brutale : tout tester à l'aide d'un ordinateur

5	3		7		
6		1	9	5	
	9	8			6
8			6		3
4		8		3	1
7			2		6
	6			2	8
		4	1	9	5
			8		7
					9

Combien de solutions (grilles) possibles ?

Technique brutale : tout tester à l'aide d'un ordinateur

5	3			7			
6			1	9	5		
	9	8					6
8				6			3
4			8		3		1
7				2			6
	6					2	8
			4	1	9		5
				8		7	9

Combien de solutions (grilles) possibles ?

$$9!^9 = (9 \times 8 \times \dots \times 2 \times 1)^9$$

=

Technique brutale : tout tester à l'aide d'un ordinateur

5	3		7			
6			1	9	5	
	9	8				6
8			6			3
4			8		3	
7			2			6
	6				2	8
			4	1	9	
				8		7
						9

Combien de solutions (grilles) possibles ?

$$9!^9 = (9 \times 8 \times \dots \times 2 \times 1)^9$$

$$= 109110688415571316480344899355894085582848000000000$$

$$\approx 10^{50}$$

Technique brutale : tout tester à l'aide d'un ordinateur

5	3		7			
6			1	9	5	
	9	8				6
8			6			3
4			8		3	
7			2			6
	6				2	8
			4	1	9	
				8		7
						9

Combien de solutions (grilles) possibles ?

$$9!^9 = (9 \times 8 \times \dots \times 2 \times 1)^9$$

$$= 109110688415571316480344899355894085582848000000000$$

$$\approx 10^{50}$$

Question : Temps de résolution

1 solution vérifiée en 1ms et 10 milliards d'ordinateurs :

Technique brutale : tout tester à l'aide d'un ordinateur

5	3		7			
6		1	9	5		
9	8				6	
8			6			3
4		8		3		1
7			2			6
	6				2	8
		4	1	9		5
			8		7	9

Combien de solutions (grilles) possibles ?

$$9!^9 = (9 \times 8 \times \dots \times 2 \times 1)^9$$

$$= 109110688415571316480344899355894085582848000000000$$

$$\approx 10^{50}$$

Question : Temps de résolution

1 solution vérifiée en 1ms et 10 milliards d'ordinateurs :

$$10^{35} \text{ années}$$

Résoudre des problèmes difficiles

Algorithme du Hill-Climber, algorithme gourmand

Choisir solution initiale $x \in \mathcal{X}$

Evaluer la qualité de x

repeat

Choisir x' dans le voisinage de x telle que

x' soit la meilleure solution voisine

if x' strictement meilleur que x **then**

$x \leftarrow x'$

end if

until x optimum local

Peut-on imaginer des variantes de cet algorithme ?

Une méthode de résolution : optimisation

Définition

Un problème d'optimisation est un couple (\mathcal{X}, f) avec :

- Espace de recherche : ensemble de solutions candidates

$$\mathcal{X}$$

- Fonction objective : critère de coût (ou de qualité)

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$$

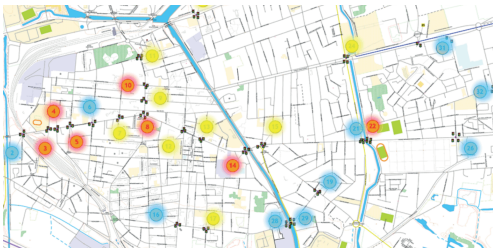
Résoudre un problème d'optimisation (minimisation)

Trouver la (ou les) meilleure solution selon le critère de coût

$$\mathcal{X}^* = \operatorname{argmin}_{\mathcal{X}} f$$

Améliorer la mobilité urbaine

Thèses de Florian Leprêtre, 2017-2020 et de Valentin Vendi, 2021-2024, LISIC, ULCO.




Critères :

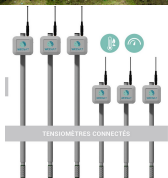
- Minimiser la pollution,
- Augmenter le bien-être
- Max. transport public

Défis scientifiques :

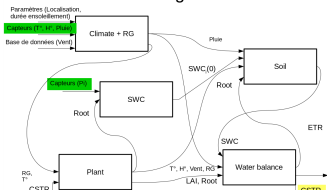
- Apprentissage des variables importants,
- Apprentissage automatique de méta-modèles

Agronomie : maîtriser l'arrosage des plantes

Thèse de Amaury Dubois, 2018-2021, Weenat  WEENAT, ULCO.



Modèle global



But :

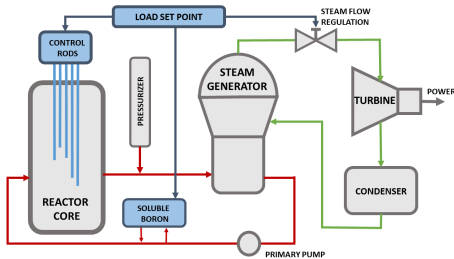
Ajustement des paramètres plantes et sols pour prédire le stress hydrique

Défis scientifiques :

- Algorithmes d'optimisation apprenant différentes solutions,
- Combinaison entre apprentissage et optimisation pour la prédiction court/long terme

Pilotage d'une centrale nucléaire pour l'intro. des EnR

M. Munigia, 2014-2017, V. Drouet, 2017-2020, Baptiste Gasse 2020-2023, CEA, Paris



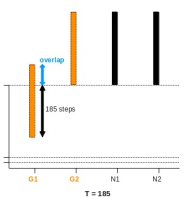
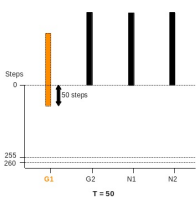
Possible criteria

More than 7 criteria can be used :
related to cost, safety, and stability

Available control parameters

- Power Shimming Rods :
Overlap (x3)
Speed control (x4)
- Temperature Regulation Rods :
maneuvering band (x1)

Search space size $\approx 10^{12}$



Intelligence artificielle

IA = Apprentissage et Raisonnement

Sujets principaux [1]

- Résolution de problème
- Connaissance, raisonnement, et planification
- Connaissances et raisonnement incertains
- Apprentissage automatique
- Communication, perception, et action

[1] Artificial Intelligence : A Modern Approach, Fourth edition, 2020,
Stuart Russell and Peter Norvig.

Intelligence artificielle

IA = Apprentissage et Raisonnement

Sujets principaux [1]

- Résolution de problème
- Connaissance, raisonnement, et planification
- Connaissances et raisonnement incertains
- Apprentissage automatique
- Communication, perception, et action

et ce n'est pas seulement de la science informatique, ou mathématiques

[1] Artificial Intelligence : A Modern Approach, Fourth edition, 2020, Stuart Russell and Peter Norvig.

Apprendre un automate à partir d'exemples

Inférence (apprentissage automatique) d'automate

Apprendre un automate

à partir d'exemples de mots appartenant ou non au langage.

↳ Apprentissage supervisé

Exemple

Trouver un automate tel que :

$\{baaba, abababb, aaa, aaabaaa\}$: appartiennent au langage,

$\{aa, ab, aaaa, baabaaa\}$: n'appartiennent pas au langage

Applications : biologie (génétique), physique, informatique, etc.

Avantage : automate est simple à interpréter et rapide à exécuter

Apprentissage automatique et optimisation

Apprentissage automatiquement

Revient à minimiser une erreur

Apprentissage automatique et optimisation

Apprentissage automatique

Revient à minimiser une erreur

Minimiser (résolution automatique)

Revient à apprendre à construire une bonne solution

Résolution de problème et Apprentissage automatique
sont intimement liés

Apprendre un automate : inférence

A l'aide d'un (bel) ordinateur et de la (bonne) réflexion !

Apprendre un automate

Minimiser une erreur calculée sur un ensemble d'entraînement

Apprendre un automate : inférence

A l'aide d'un (bel) ordinateur et de la (bonne) réflexion !

Apprendre un automate

Minimiser une erreur calculée sur un ensemble d'entraînement

Question

Combien d'automates avec 3 états (avec un alphabet binaire) ?

Apprendre un automate : inférence

A l'aide d'un (bel) ordinateur et de la (bonne) réflexion !

Apprendre un automate

Minimiser une erreur calculée sur un ensemble d'entraînement

Question

Combien d'automates avec 3 états (avec un alphabet binaire) ?

$$3^{2 \times 3} \times 2^3 = 5832$$

Apprendre un automate : inférence

A l'aide d'un (bel) ordinateur et de la (bonne) réflexion !

Apprendre un automate

Minimiser une erreur calculée sur un ensemble d'entraînement

Question

Combien d'automates avec 3 états (avec un alphabet binaire) ?

$$3^{2 \times 3} \times 2^3 = 5832$$

Question

Combien d'automates avec n états (avec un alphabet binaire) ?

à n états : $n^{2n} \times 2^n$. Par exemple pour $n = 32$, $\approx 10^{106}$ (facile ?)

Peut-on décider n'importe quel langage avec un automate fini ?...

Apprentissage automatique d'automate

Questions

1. Générer un automate aléatoire avec n états.
2. Mesurer le taux d'erreur d'un automate aléatoire avec $n = 3$ états sur le fichier `ex1_train.txt`.
3. Recherche aléatoire :
Générer k automates aléatoires et garder celui qui a le meilleur taux d'erreur sur `ex1_train.txt`.
4. Quel est le taux d'erreur sur le fichier `ex1_test.txt` en fonction de k de votre recherche aléatoire ?
5. Améliorer votre algorithme...

Conclusion

Les automates sont-ils intelligents ? ;-)

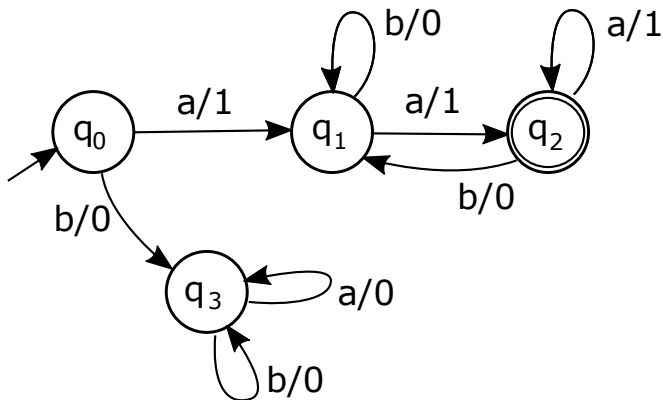
Conclusion

Les automates sont-ils intelligents ? ;-)

Automate : forme simple, fondamentale,
nombreuses extensions avec d'autres capacités de calcul,
plus expressives (machine de Turing, etc.)

Apprendre automatique :
minimiser une erreur sur un bon espace de représentation
résolution de problème : un monde à explorer...

Idée : ajouter des poids aux transitions



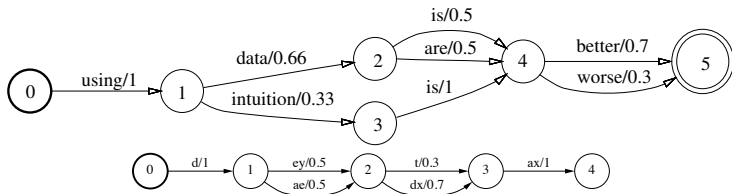
Principe

Lors de la lecture du mots, les poids des étiquettes sont agrégées

Le mot *abbaa* est accepté par l'automate, et le poids du mot est :
 $1 + 0 + 0 + 1 + 1 = 3$

Automate probabiliste

Les poids sont interprétés comme des probabilités.
Cette interprétation permet d'ajouter une probabilité d'apparition du mot



source : "Speech recognition with weighted finite-state transducers", Mohri *et al.*, 2008.