Neumann, Turing, Shannon : des pionniers de l'informatique (partie 2)

Sébastien Verel

Laboratoire d'Informatique, Signal et Image de la Côte d'opale (LISIC)
Université du Littoral Côte d'Opale, Calais, France
http://www-lisic.univ-littoral.fr/~verel/

Juin, 2023

Plan général

Programme

- Historique de l'invention de l'informatique au tournant du milieu du XXeme siècle
- Principe des machines à calculer
- Introduction sur la notion de calculabilité
- Introduction de la notion d'information

Compétences visées

- Connaitre les principes fondamentaux de l'informatique
- Connaitre les notions d'information
- Connaitre les notions de calculabilité

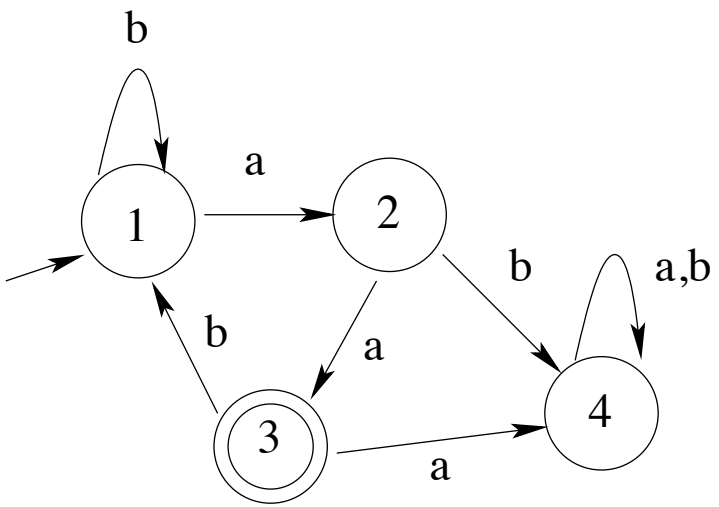
Machine abstraite : Automate fini

But : calculer si un mot est accepté ou non (mots d'un langage)

Automate fini

- Etats : mémoire finie,
- Lecture des symboles,
- Programme : fonction de transition d'états

états	a	b
→ 1	2	1
2	3	4
3	4	1
4	4	4



a	a	b	a

∧

1

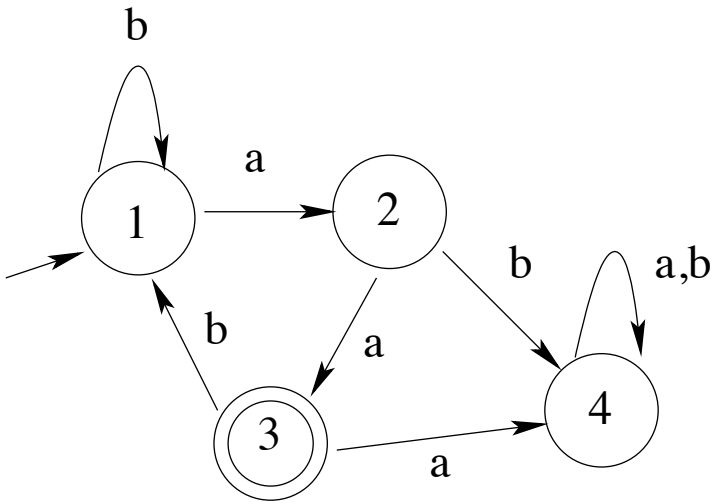
Machine abstraite : Automate fini

But : calculer si un mot est accepté ou non (mots d'un langage)

Automate fini

- Etats : mémoire finie,
- Lecture des symboles,
- Programme : fonction de transition d'états

états	a	b
$\rightarrow$ 1	2	1
2	3	4
3	4	1
4	4	4



a	a	b	a

$\wedge$

2

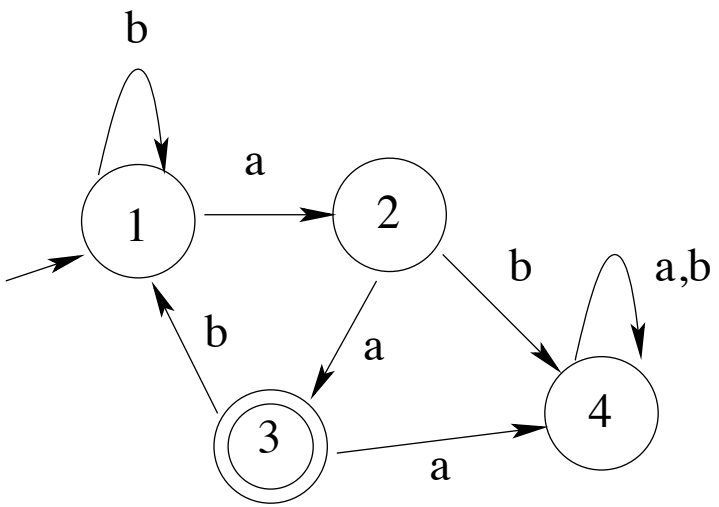
Machine abstraite : Automate fini

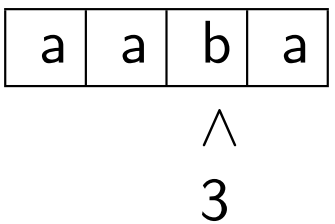
But : calculer si un mot est accepté ou non (mots d'un langage)

Automate fini

- Etats : mémoire finie,
- Lecture des symboles,
- Programme : fonction de transition d'états

états	a	b
$\rightarrow$ 1	2	1
2	3	4
3	4	1
4	4	4





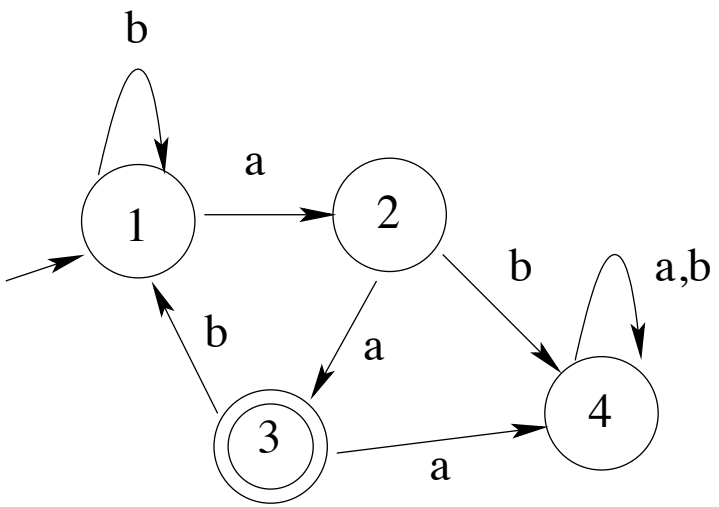
Machine abstraite : Automate fini

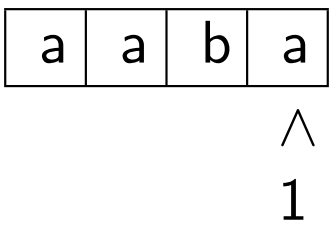
But : calculer si un mot est accepté ou non (mots d'un langage)

Automate fini

- Etats : mémoire finie,
- Lecture des symboles,
- Programme : fonction de transition d'états

états	a	b
→ 1	2	1
2	3	4
3	4	1
4	4	4





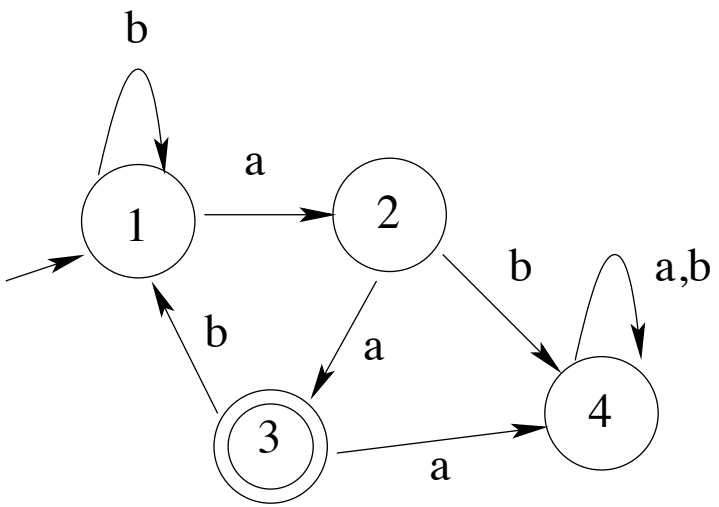
Machine abstraite : Automate fini

But : calculer si un mot est accepté ou non (mots d'un langage)

Automate fini

- Etats : mémoire finie,
- Lecture des symboles,
- Programme : fonction de transition d'états

états	a	b
$\rightarrow$ 1	2	1
2	3	4
3	4	1
4	4	4



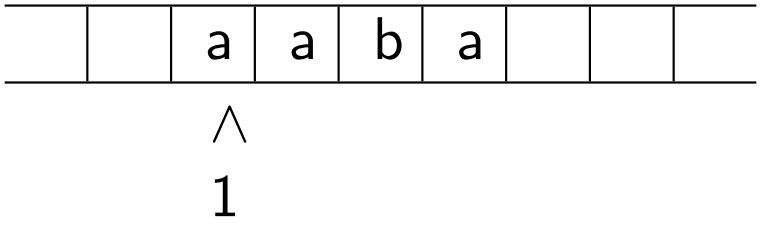
a	a	b	a

$\wedge$

2

Caractéristiques d'une machine de Turing

Support illimité de l'information : Ruban



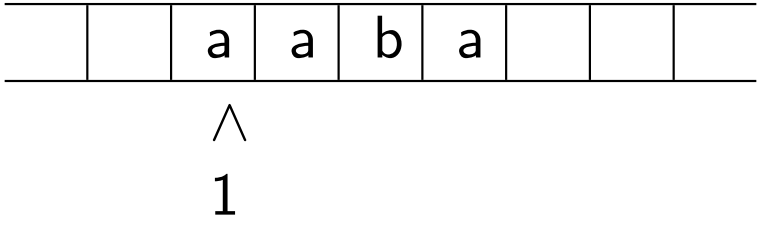
Machine de Turing

- Etats : mémoire finie,
- Lecture des symboles du ruban **infini**,
- **Ecriture** sur le ruban
- Programme :
  fonction de transition d'états et de déplacement et d'écriture

Premier exemple

Fonction de transition

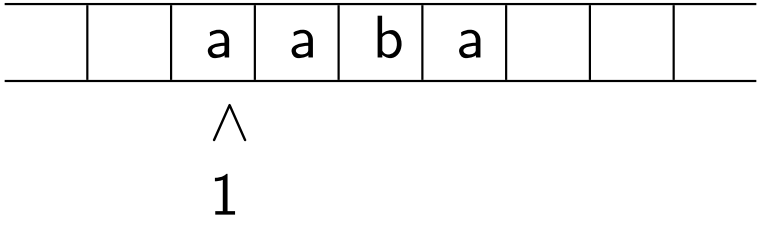
Ancien état	Symbole lu	Symbole écrit	Mouv.	Nouvel état
1	□	□	→	arrêt
	a	b	→	1
	b	a	→	1

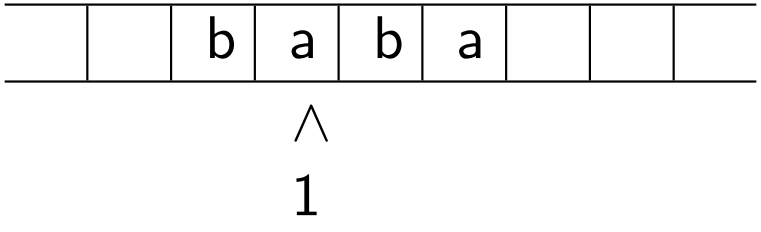


Premier exemple

Fonction de transition

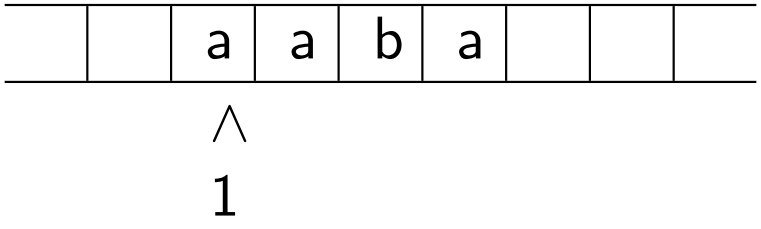
Ancien état	Symbole lu	Symbole écrit	Mouv.	Nouvel état
1	□	□	→	arrêt
	a	b	→	1
	b	a	→	1





Transition : Tableau à double entrée

	a	b	□
$\rightarrow$1	b , $\rightarrow$, 1	a , $\rightarrow$, 1	□, $\rightarrow$, arrêt



Exo

Exécutez la machine de Turing ci-dessus et décrivez sa fonction de calcul.

Exemple plus sophistiqué

	a	b	□
→0	a , ←, 0	b , ←, 0	□, →, 1
1	b , →, 1	a , →, 1	□, →, arrêt

		a	a	b	a	b	a	

Langage décidé par une machine de Turing

	a	b	□
→0	□ , →, 1	refusé	accepté
1	a , →, 1	b , →, 1	□, ←, 2
2	refusé	□ , ←, 3	
3	a , ←, 3	b , ←, 3	□, →, 0

	a	a	a	b	b	b		

	a	a	a	b	a	b		

Exo

Exécutez la machine de Turing sur les mots ci-dessus et décrivez le langage reconnu.

Fonction calculée par une Machine de Turing (MT)

- Entrée d'une MT :
  mot inscrit sur le ruban initialement.
- Sortie d'une MT :
  mot inscrit sur le ruban lorsque la MT s'arrête.

Fonction calculée

La **fonction calculée** f par une MT M est définie par :

A toute entrée x sur laquelle M s'arrête, on associe la sortie y :

$$f(x) = y$$

Aucune image n'est associée au mot x sur lequel M ne s'arrête pas.

Fonction calculée par une machine de Turing

Exemples

- Représentation des nombres en "unaire" (notation en bâton)
- Définir une machine de Turing qui calcule la somme
- Définir une machine de Turing qui la multiplication par 2

Nombre 1 :

	1							

Nombre 3 :

	1	1	1					

3 + 2 :

	1	1	1		1	1		

Machines de Turing équivalentes

On peut imaginer beaucoup de variantes de MT :

- sur un "demi" ruban
- sur deux ou plusieurs rubans
- la tête de lecture peut être stationnaire
- non-déterminisme
- écrire ou non de symbole blanc
- ...

Et pourtant, elles sont toutes équivalentes (reconnaissance du même langage ou fonction calculée identique)

La machine de Turing semble bien représenter une notion de "calcul" par une "procédure effective".

Machine de Turing universelle

Machine de Turing universelle

Une machine de Turing universelle est capable de simuler le comportement de n'importe quelle autre machine de Turing.

Le programme est inscrit sur un ruban que la machine universelle est capable d'exécuter.
Le programme devient une donnée !

Existence

Par exemple, en utilisant 2 rubans :

- sur un ruban le programme de la machine de Turing originale
- sur l'autre ruban le calcul de cette machine

Fonctions calculables

Thèse de Church-Turing

Les fonctions calculables par une procédure effective le sont par une machine de Turing.

- Modélisation de la notion de calcul et procédure effective
- Ce n'est pas un résultat que l'on peut démontrer
- Fonctions calculables par MT = fonctions définies par λ-calcul de Church
- Base de la théorie de la calculabilité
- Alonzo Church (1903 -1995), mathématicien, logicien américain.

$\Rightarrow$ **Tous** les ordinateurs sont équivalents à une machine de Turing...

Fonctions non-calculables

Exercice

1. L'ensemble des machines de Turing est-il dénombrable ?
   i.e. autant que de nombre entiers positifs, peut-on numéroter les MT ?
2. Existe-il un ensemble de fonctions non-dénombrables ?
3. Existe-t-il des fonctions non calculables ?

Cardinalité de $[0, 1]$

Théorème

L'ensemble des nombres réels entre 0 et 1 n'est pas dénombrable.

Conséquence : on ne peut pas coder l'ensemble des nombres réels de $[0, 1]$ avec un ordinateur !

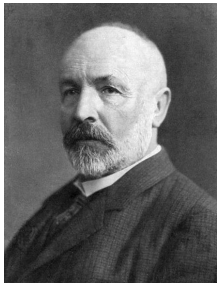
Cardinalité de $[0, 1]$

Théorème

L'ensemble des nombres réels entre 0 et 1 n'est pas dénombrable.

Conséquence : on ne peut pas coder l'ensemble des nombres réels de $[0, 1]$ avec un ordinateur !

Preuve : Procédé diagonal de Cantor, voir au tableau.



Georg Cantor, mathématicien allemand, 1845 - 1918.
Théorie des ensembles
Ensemble bien ordonné
"infinité d'infinis"

Fonctions non programmables

Théorème

L'ensemble des fonctions de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{N}$ n'est pas dénombrable.

Fonctions non programmables

Théorème

L'ensemble des fonctions de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{N}$ n'est pas dénombrable.

Conséquence : il existe des fonctions que l'on ne peut pas programmer !

Fonctions non programmables

Théorème

L'ensemble des fonctions de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{N}$ n'est pas dénombrable.

Conséquence : il existe des fonctions que l'on ne peut pas programmer !

Preuve : Procédé diagonal de Cantor, voir au tableau.

Fonctions non-calculables

Exercice

1. L'ensemble des machines de Turing est-il dénombrable ?
2. Existe-il un ensemble de fonctions non-dénombrables ?
3. Existe-t-il des fonctions non calculables ?

Le tout est de savoir lesquelles...

Propriété décidable et indécidable

Décidabilité /Indécidabilité

Intuitivement,

- propriété décidable :
  on peut savoir (démontrer)
  si pour tout x, $P(x)$ est vrai ou faux.
- propriété indécidable :
  on ne peut pas savoir (démontrer)
  si pour tout x, $P(x)$ est vrai ou faux.

Une phrase indécidable

Les phrases célèbres d'Alain

Alain dit : "Je mens."

Une phrase indécidable

Les phrases célèbres d'Alain

Alain dit : "Je mens."

De 2 choses l'une :

- Soit Alain dit vrai,
  et donc il ment et la phrase est donc fausse....
- Soit Alain dit faux,
  et donc il ne ment pas, et la phrase est vraie...

Une phrase indécidable

Les phrases célèbres d'Alain

Alain dit : "Je mens."

De 2 choses l'une :

- Soit Alain dit vrai,
  et donc il ment et la phrase est donc fausse....
- Soit Alain dit faux,
  et donc il ne ment pas, et la phrase est vraie...

A faire retourner tous les logiciens grecs dans leur tombe !

Exemple de phrase indécidable :
on ne peut pas démontrer que cette phrase est vraie ou fausse !

Décidabilité

Définition

Une famille dénombrable de propriétés $P(x)$ est **décidable** si sa fonction caractéristiques f_P est **calculable**.

$$f_P(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } P(x) \text{ est vrai,} \\ 0 & \text{si } P(x) \text{ est faux.} \end{cases}$$

Problème de l'arrêt : fonction non calculable

Fonction qui associe l'arrêt d'une machine de Turing :

$$A(M,e) = \begin{cases} 1 & \text{si la machine de Turing } M \text{ s'arrête sur l'entrée } e \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Problème de l'arrêt

La fonction A, qui associe l'arrêt d'une machine de Turing, est non calculable.

Preuve : argument diagonal

- Supposons qu'il existe une MT MA qui calcule la fonction A
  $MA(m,e)$ calcule si la machine m s'arrête sur l'entrée e :
  $MA(m,e) = 0$ lorsque m s'arrête sur e, $MA(m,e) = 0$ sinon.
- soit la machine :

$$MD(e) = \begin{cases} \text{si } MA(e,e) = 1 & \text{alors boucle infinie} \\ \text{si } MA(e,e) = 0 & \text{alors terminer} \end{cases}$$

- Contradiction en analysant $MA(MD, MD)$

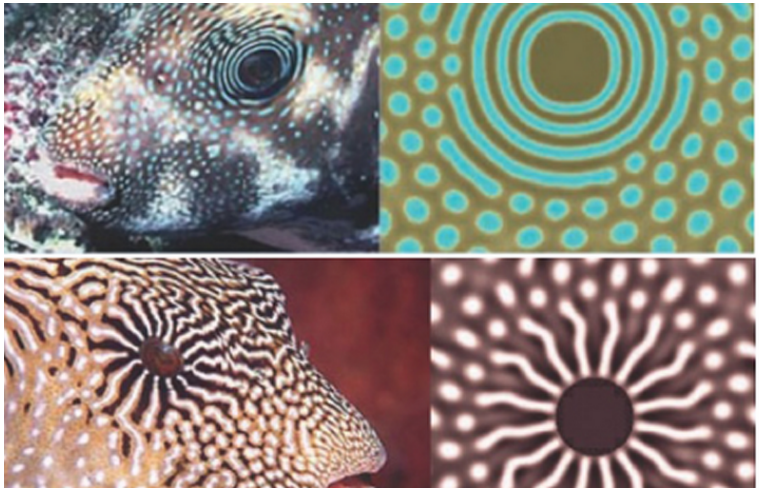
Fin de la procédure effective de cet exposé

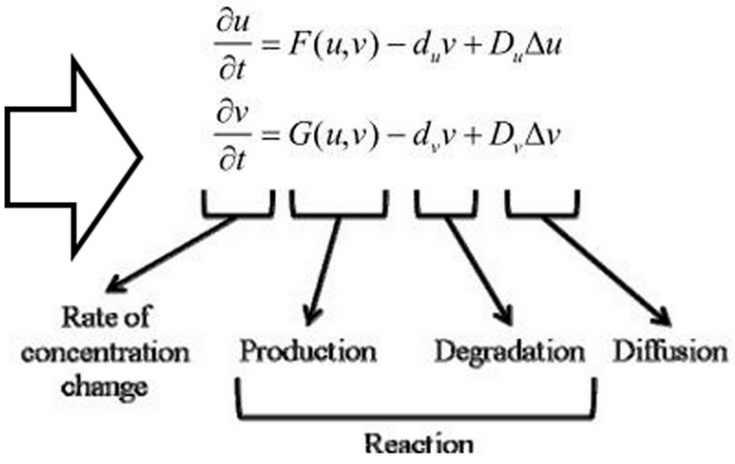
Travaux de Turing

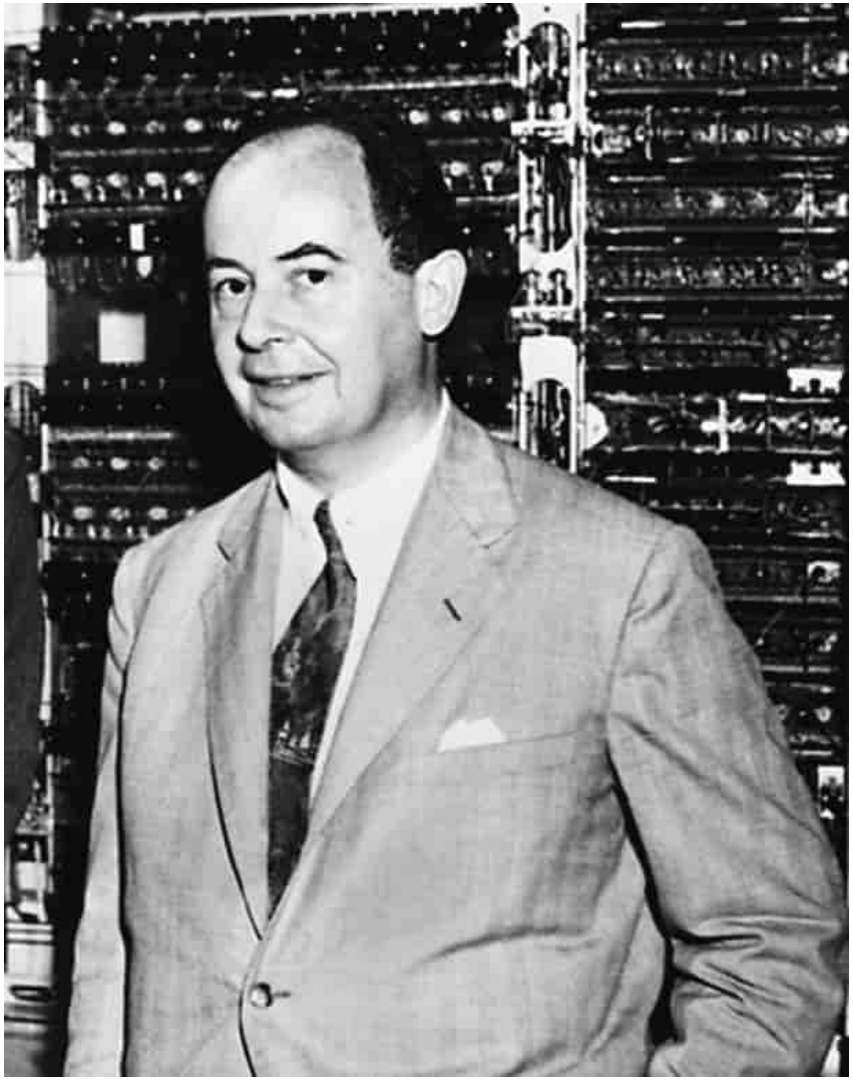
Définition de la notion de calcul, nombres et fonctions calculables, et aussi il montre qu'il y a au moins une fonction non calculable.

Implications nombreuses et fécondes de son approche des nombres calculables

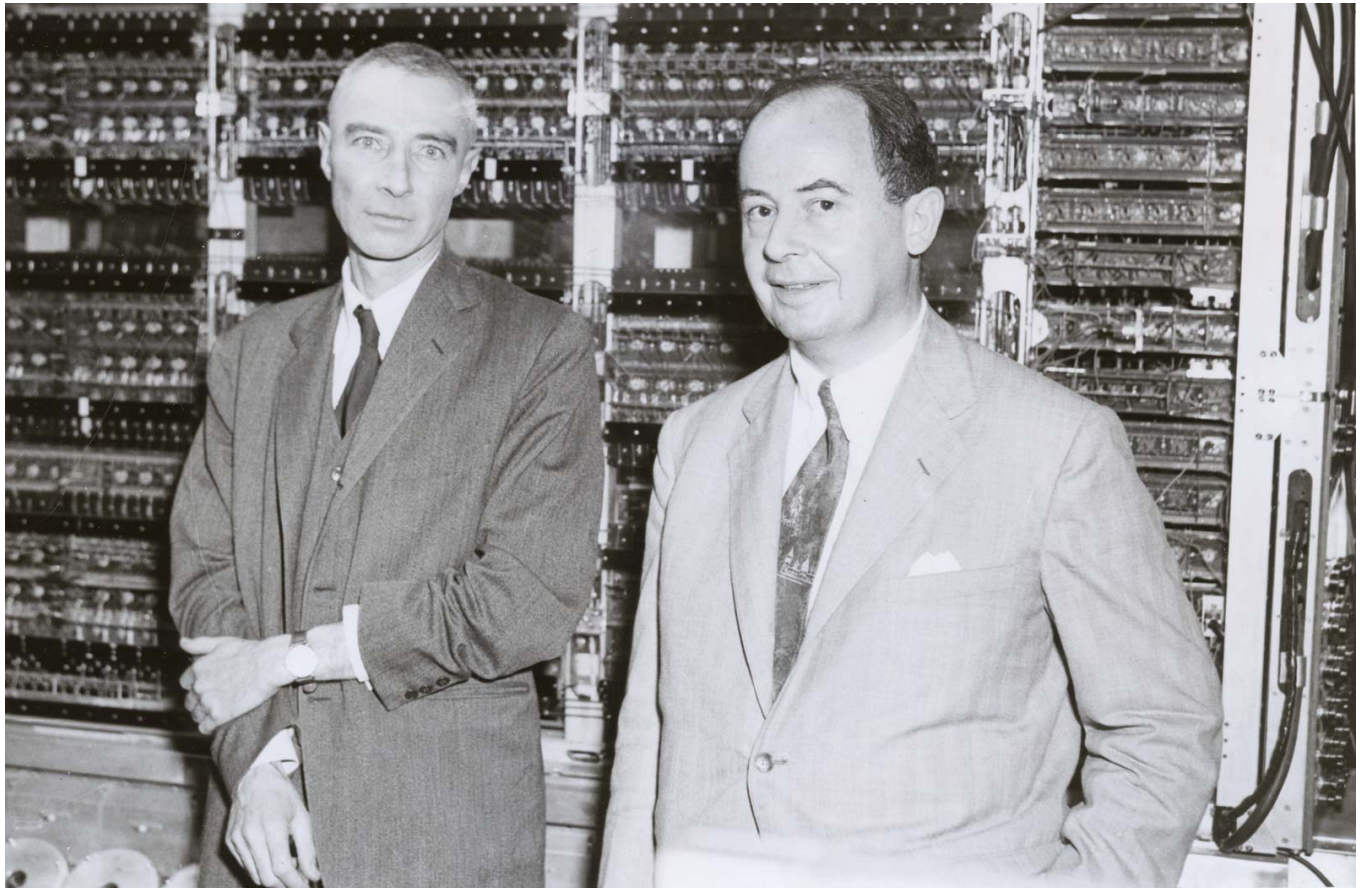
Malheureusement, sans doute parti trop tôt comme le montre ses derniers travaux publiés en 1952 :



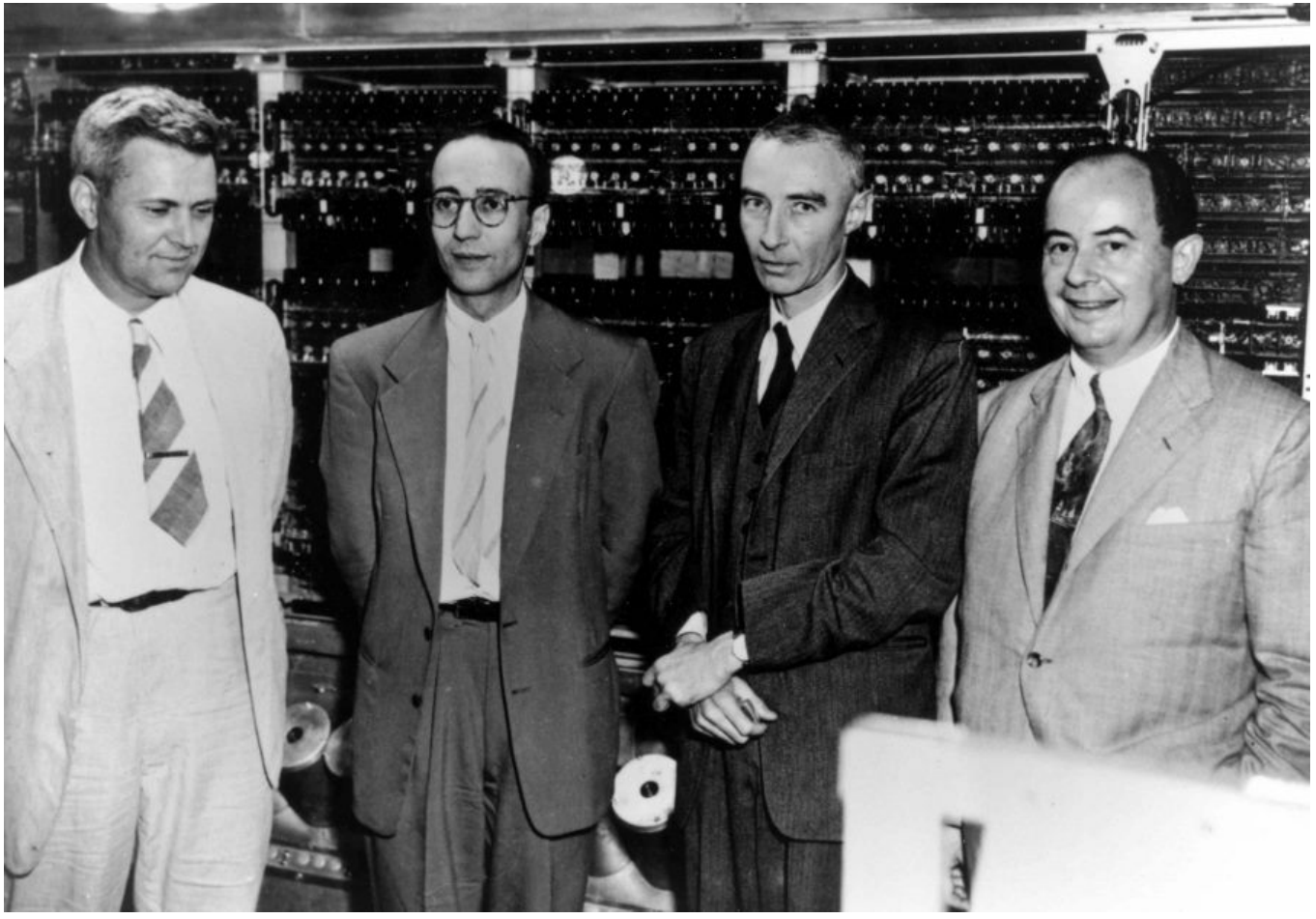




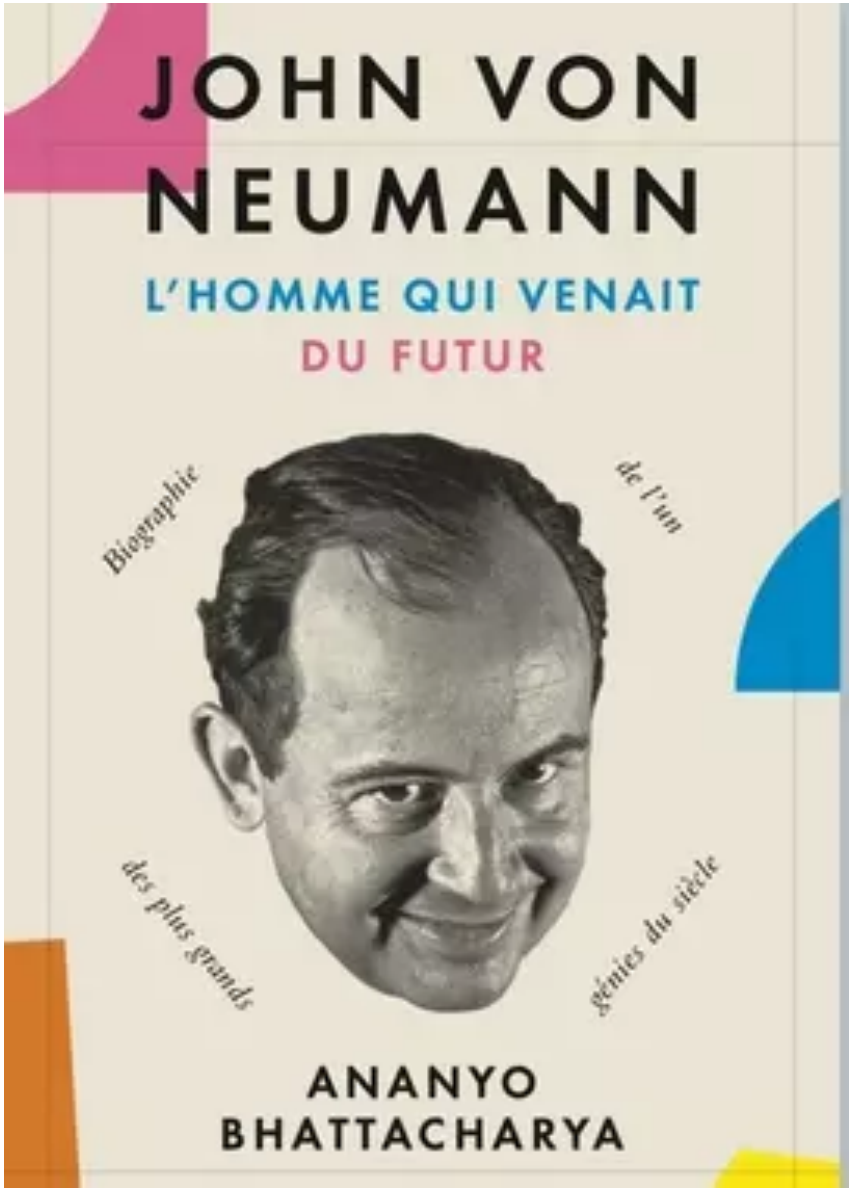
Devant l'ordinateur IAS (construction 1945 - 51, Institute for Advanced Study, Princeton, US.)



Devant l'ordinateur IAS (construction 1945 - 51, Institute for Advanced Study, Princeton, US.)



Devant l'ordinateur IAS (construction 1945 - 51, Institute for Advanced Study, Princeton, US.)


JOHN VON NEUMANN
L'HOMME QUI VENAIT DU FUTUR
Biographie de l'un des plus grands génies du siècle
ANANYO BHATTACHARYA

- Né en 1903 à Budapest mort en 1957 à Washington
- Mathématicien, physicien
- à 2 ans, sait lire ; à 6 ans, parle grec avec son père et division à 8 chiffres ; à 8 ans, 46 vol. de l'histoire universelle ; Mémoire photographique hors du commun, vitesse de calcul énorme
- 1925, doctorat de mathématiques (axiomatization de la théorie des ensembles de Cantor), univ. Budapest ; en parallèle génie chimique à Zurich

- 1925, doctorat de mathématiques (axiomatization de la théorie des ensembles de Cantor), univ. Budapest ; en parallèle génie chimique à Zurich
- entre 1926 et 1930, bourse Rockefeller pour travailler à l'université de Göttingen, Allemagne, direction D. Hilbert. Rencontre R. Oppenheimer, W. Heisenberg et K. Gödel.
- 1930 : professeur invité à l'université de Princeton, US.
- 1933 - 1957 : Institute for Advanced Study, Princeton. Einstein, Gödel, Dirac, Turing
- Pendant la seconde guerre mondiale, il travaille au Manhattan Project pour produire la première bombe aomique
- 1957 : mort d'un cancer

Principales publications

1923	On the introduction of transfinite numbers
1925	An axiomatization of set theory
1932	Mathematical Foundations of Quantum Mechanics
1937	Continuous geometries with a transition probability
1944	Theory of Games and Economic Behavior (with Morgenstern)
1945	First Draft of a Report on the EDVAC
1946	The Principles of Large-Scale Computing Machines
1948	The general and logical theory of automata
1960	Continuous geometry
1966	Theory of Self-Reproducing Automata

Logique mathématique

Théorie des ensembles (Cantor) fin du XIXème siècle. Mais paradoxe de Russell.

Zermelo-Fraenkel (ZFC) : axiomatique, mais $x \in x$ possible...

Refondation axiomatique : NBG (Neumann, Bernays, Gödel) un ensemble non vide ne peut pas appartenir à lui-même.

définition, noyaux astucieux pour lever un paradoxe, et un calcul difficile

Physique quantique

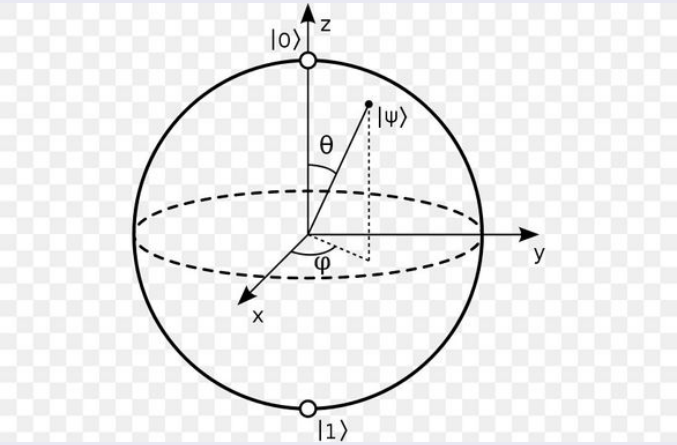
Les 23 problèmes de D. Hilbert en 1900, dont l'un sur l'axiomatisation de la physique

Formalisation matricielle de Heisenberg,
et équation diff. ondulatoire de Schrödinger

Réunification : systèmes quantique = vecteurs de l'espace de Hilbert, quantité physique = opérateurs linéaires

(anachronisme mais bon) qubit :

$$|\psi >= \alpha|0 > +\beta|1 >$$



Economie

Volonté de définir un language et une méthode scientifique (axiomatique)

Théorie des jeux (28) :
th. minmax : jeu à somme nulle, information parfaite, une stratégie optimale existe

jeux avec asymétrie d'information (44) :
Theory of Games and Economic Behavior avec Morgenstern

Dilemme des prisonniers

Notre 'jeux' pour 2 joueurs (J1 et J2) :

	Silence	Rock
Silence	3	0
Rock	5	1

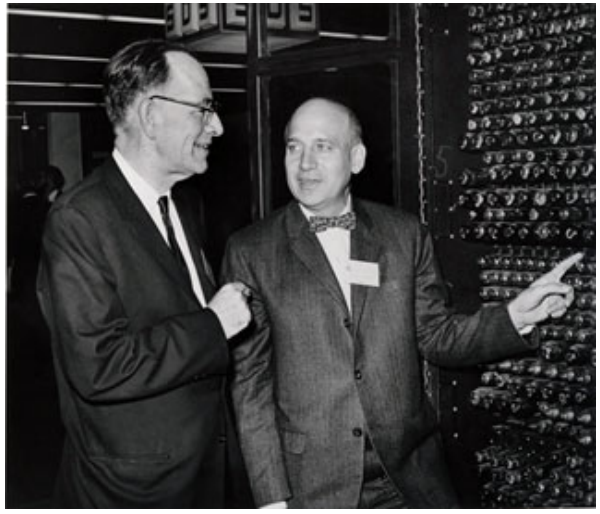
- Si J1 = S et J2 = S alors J1 gagne 3 points
  J1 et J2 gagne par la tranquilité de l'environnement
- Si J1 = S et J2 = R alors J1 gagne 0 point
  J1 doit supporter son voisin, aucun gain
- Si J1 = R et J2 = S alors J1 gagne 5 points
  J1 gagne parce qu'il est content de déranger son voisin sans en subir les conséquences
- Si J1 = R et J2 = R alors J1 gagne 1 point
  J1 gagne peu parce qu'il subit aussi des conséquences de sa nuisance

Architecture de von Neumann

https://interstices.info/le-modele-darchitecture-de-von-neumann/

Deux tendances : mathématiciens et logiciens / Ingénieurs

- 1943-44 : calculateur Colossus à Bletchley Park, UK, Turing.
  mais une seule tache
- 1943 - 1946 : Univ. de Pennsylvanie
  par J. Presper Eckert et John Mauchly :
  construction d'un grand calculateur électronique, l'ENIAC
- 1944 : Von Neumann, poste de consultant pour EDVAC

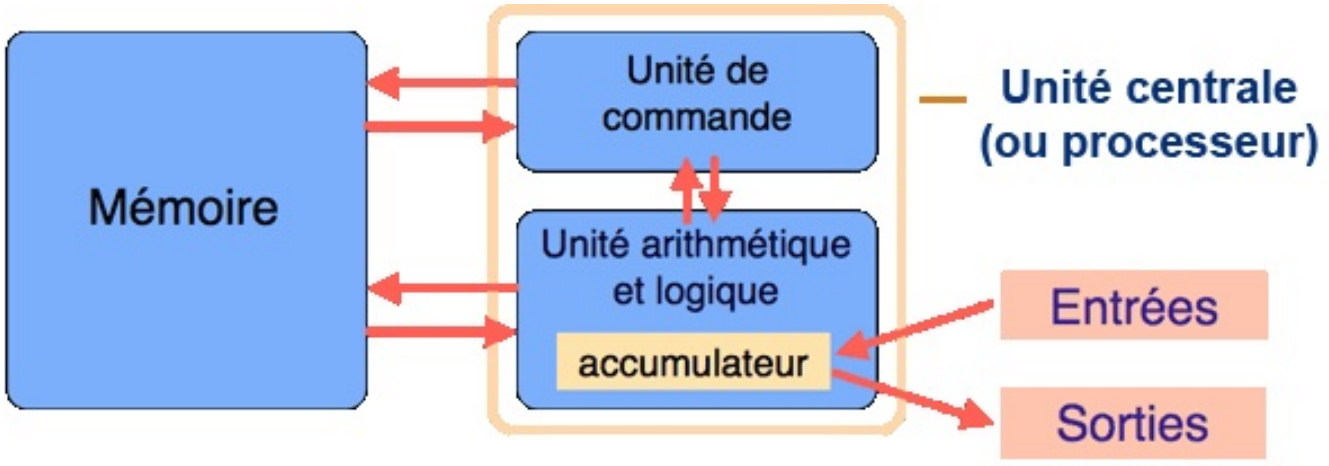


Architecture de von Neumann

"First Draft of a Report on the EDVAC", 1945 (vraiment un draft)

CONTENTS

Architecture de von Neumann



Innovations

1 • Séparation unité de commande et unité arithmétique
2 • Programme enregistré dans la mémoire elle-même (et non pas sur support externe)

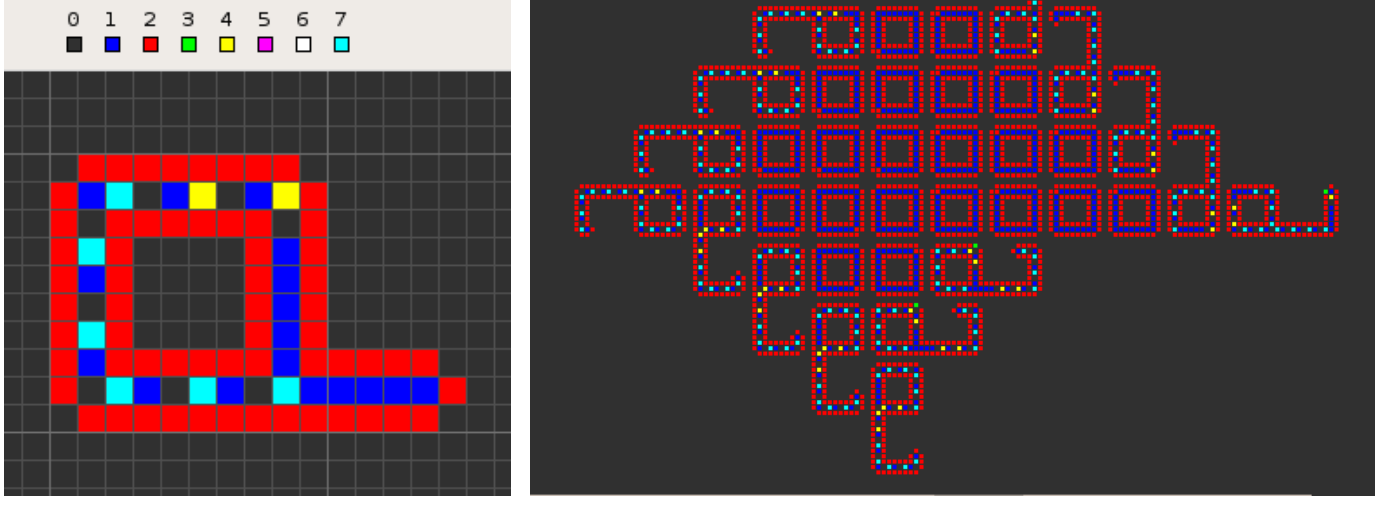
Mémoire contient données et instruction
Un programme peut être considéré comme une donnée : **autoréférence**

Modèle auto-reproduction : automate cellulaire

Réflexion sur la structure du cerveau et des systèmes biologiques

Avec Stanislaw Ulam : automate cellulaire (1948)

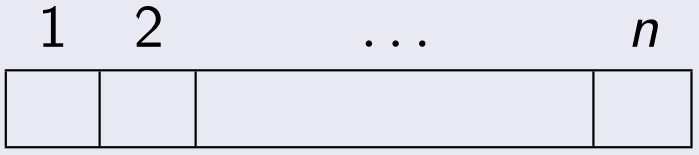
Etude des conditions pour qu'une machine se reproduire elle-même



Boucle de Langton (1984)

Composants d'un automate cellulaire

- Une grille de n éléments appelés **cellules**



- Un ensemble d'**états**, aussi appelé alphabet,

$$A = \{0, 1\}$$

- Un voisinage

$$I = \{-1, 0, 1\}$$

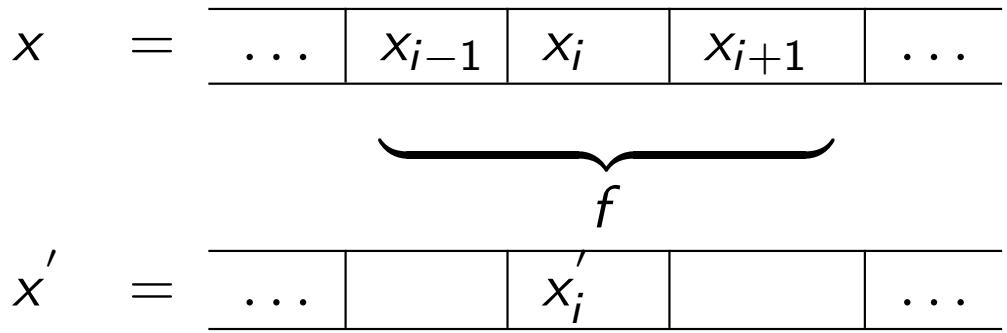
- Une table appelée **règle locale**

$$f : \{0, 1\}^3 \longrightarrow \{0, 1\}$$

$\{0,1\}^3$	000	001	010	011	100	101	110	111
f	1	0	1	1	0	1	1	0

Mise à jour d'une configuration

- L'état de chaque cellule est mise à jour de manière **synchrone**, *i.e.* dans le même instant
- La mise à jour est faite de manière **locale** par la règle locale...
- ... appliquée en fonction de l'état courant de la cellule et des états des cellules voisines



Condition aux limites

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
x	$=$	?	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	?

x'	$=$	?	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	?

Problèmes des extrémités

Plusieurs solutions :

- Mettre les extrémités dans un état arbitraire (fixe ou non)

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
x	$=$	**1**	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	**0**

- Faire "boucler" le réseau d'automates : l'extrémité gauche correspond à la cellule n et l'extrémité droite correspond à la cellule 1

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
x	$=$	x_n	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	x_1

Exemple d'évolution

$\{0,1\}^3$	000	001	010	011	100	101	110	111
f	0	0	0	1	1	1	0	1

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$x(0)$	$=$	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0
$x(1)$	$=$	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0
$x(2)$	$=$	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
$x(3)$	$=$	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0
$x(4)$	$=$	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0
$x(5)$	$=$	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0

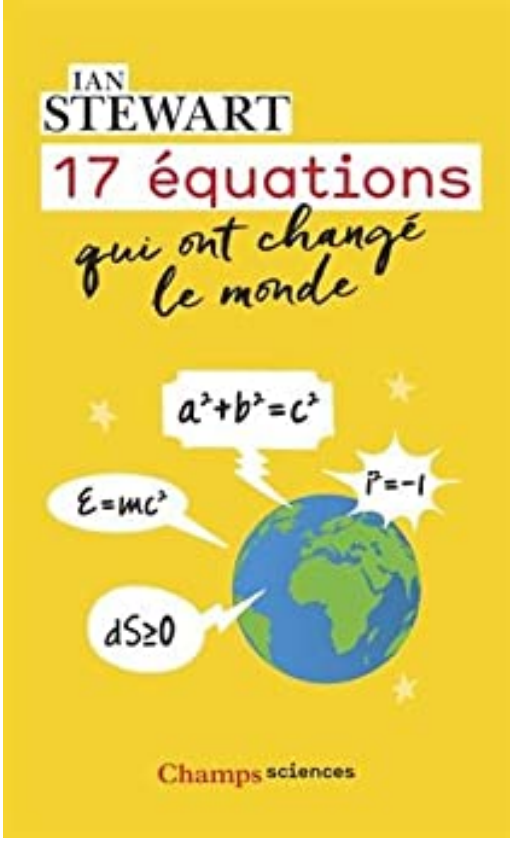
Observation

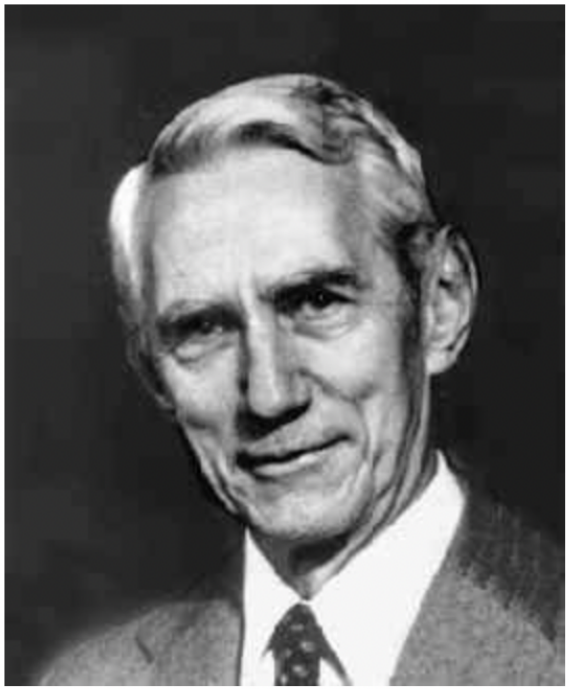
- Etat stable ?
- Etat transitoire ?
- Signaux ?
- Frontières ?

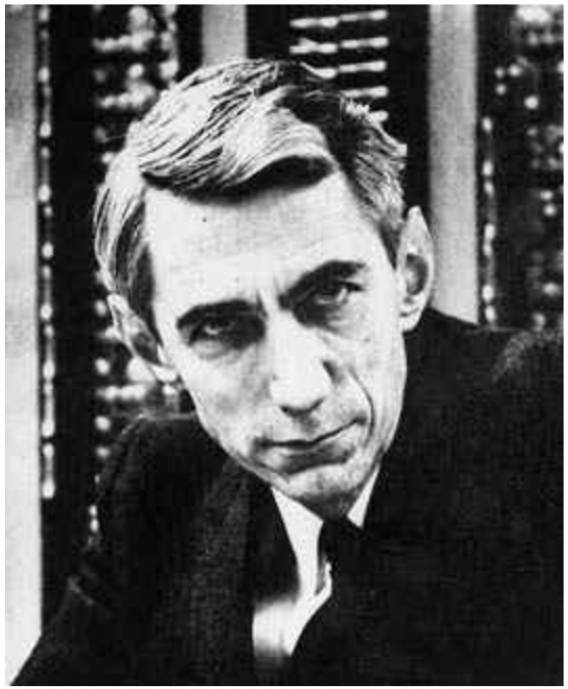
- Les opinions dans une zone minoritaire disparaissent
- Les frontières sont stables

Sources

Ian Steward, 17 équations qui ont changé le monde, Champs Science, Flammarion, 2015.





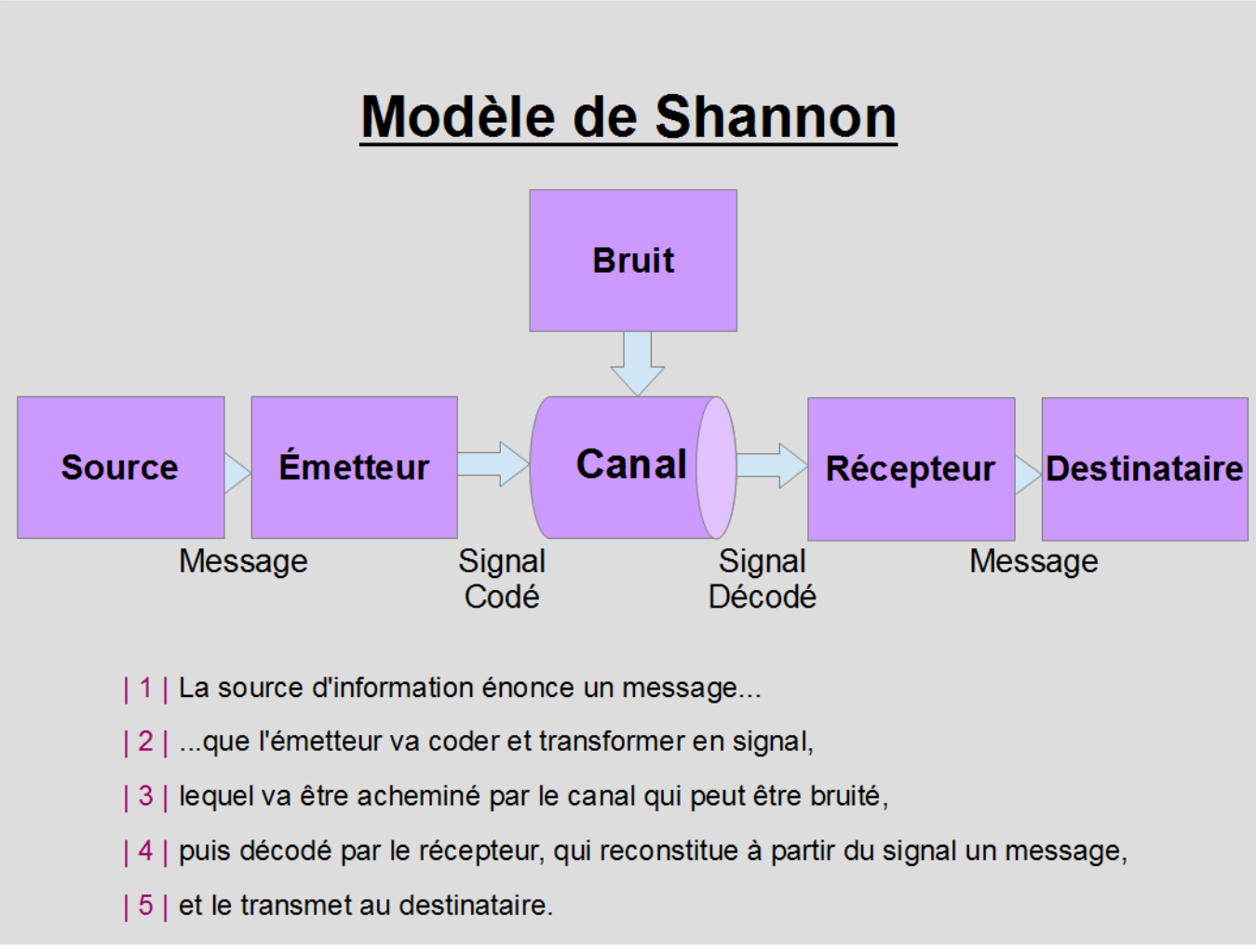


- 1916, Gaylord, Michigan, USA
- Mathématicien, ingénieur électrique
- 1932, University of Michigan : travaux de George Boole
- 1936 : bachelor génie électrique, et mathématiques
  Graduate studies au MIT en génie électrique (analyser différenciel)
- 1937, master' thesis : "A Symbolic Analysis of Relay and Switching Circuits"
- 1940, PhD thesis, MIT, "An Algebra for Theoretical Genetics"
- 1940, National Research Fellow à Institute for Advanced Study in Princeton, New Jersey

- 1940, National Research Fellow à Institute for Advanced Study in Princeton, New Jersey
- Pendant la guerre travaille en cryptographie (rencontre Turing, encodage parole), et les systèmes de contrôle d'incendie
- 1948, publication de "A Mathematical Theory of Communication"
- 1949, avec Warren Weaver : "The Mathematical Theory of Communication".
- de 1956 à 1978, MIT faculty au Research Laboratory of Electronics (RLE)
- de 1941 à 1972, travaille aux laboratoires Bell
- 2001, mort à Medford, Massachusetts, USA

Modèle de communication
source wikipedia

Cherche un moyen de transmission efficace des messages quand le canal est sujet à des erreurs



Théorie de l'information

1977, 2 sondes Voyager 1 et 2 sont envoyées, Voyager 1 communique encore !

grace au code de détection et de correcteurs d'erreur

Le terme "information" ne désigne plus seulement les éléments de connaissance, devient une quantité numérique mesurable

2 façons de représenter les nombres :

- par une séquence de symboles (chiffres décimaux par ex.)
- par une correspondance avec une grandeur physique (longueur bâton par ex.)

Vers 1930, calculateurs analogiques (manque de précision)
Vers 1940 émergence des ordinateurs numériques

Deux représentations pour le nombre 157 :

$1 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 7 \times 10^0$

$1 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

Coder 2 niveaux en électronique, facile, fiable.
157 ou 10011101

Quantité d'information

Choix du binaire pour échanger des messages
a abouti à l'unité élémentaire d'information :
binary digit **bit** de Turkey écrit par Shannon en 48

Information d'une séquence chiffres binaires

Nombre de chiffres de la séquence.

10011101 contient 8 bits d'information

Mais, compter les bits pour mesurer l'information n'a d'intérêt que si 0 et 1 ont la même probabilité d'apparaitre

Supposons que 0 apparait 9 fois sur 10.
Alors on s'attend à recevoir des séquences successives de 0.
Si tel est le cas, peu d'information car on s'y attend
Par contre si un 1 apparait, alors cela révèle plus information

Encodage qui profite de "9 fois sur 10"

La partie de gauche s'encode par la partie de droite :
$000 \rightarrow 00$
$00 \rightarrow 01$
$0 \rightarrow 10$
$1 \rightarrow 11$

Calculer l'encodage de : 000000000010001000001000000001
Combien de bit sont nécessaires ?

Codage grossier, il existe surement des choix plus judicieux

Questions de Shannon

Quel degré d'efficacité peuvent atteindre les codes de ce type ?

Sachant la probabilité de chaque symbole,
à quel point peut-on raccourcir le message au moyen d'un code approprié ?

Entropie de Shannon

Définition du cas binaire

p probabilité que 0 survienne

$q = 1 - p$ probabilité que 1 survienne

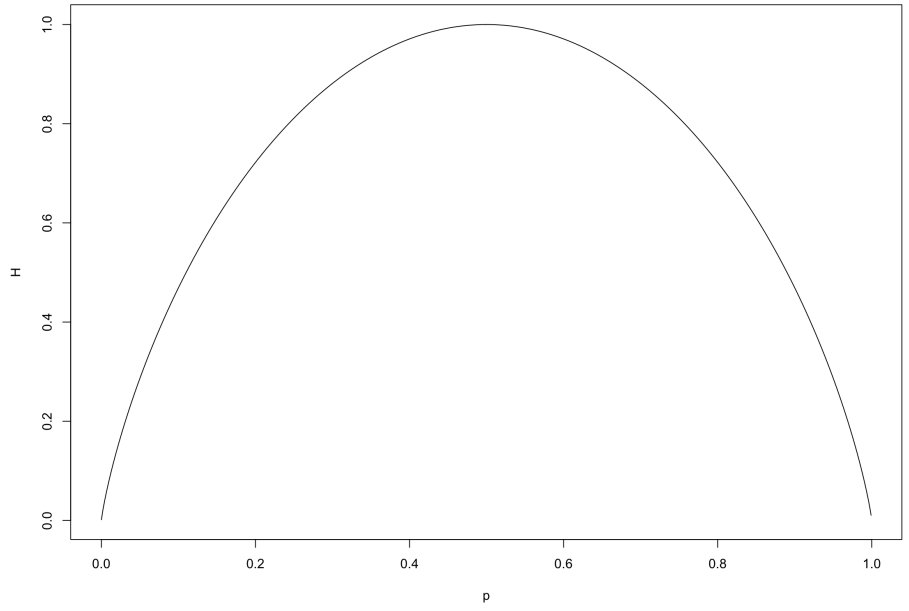
Entropie de Shannon

Définition du cas binaire

p probabilité que 0 survienne

$q = 1 - p$ probabilité que 1 survienne

$$H = -p \log_2 p - q \log_2 q$$



Symétrique, minimum 0, maximum 1 pour $p = 1/2$.

Fondement de la définition

Principes de Shannon d'une bonne définition

Message avec n symboles avec des proba $p_1, p_2, \ldots, p_n$.

H la quantité d'information doit vérifier :

- H fonction continue des p_i
- Si toutes proba sont égales (à $1/n$) alors H doit augmenter avec n
- S'il existe un moyen naturel de décomposer un choix en deux choix successif, alors H doit être une combinaison simple des nouveaux H

Démonstration de Shannon

La seule fonction h possible (à une constante prêt) est :

$$H(p) = -p_1 \log_2 p_1 - p_2 \log_2 p_2 - \ldots - p_n \log_2 p_n$$

Une conséquence

Quantité d'information que peut transiter un canal

Supposons un signal téléphonique se transmet à travers une ligne de capacité C bits par seconde.

Supposons que le message du contenu d'information H

Peut-on encoder le signal de façon à ce que la proportion d'erreur soit aussi faible que l'on veut à travers le canal bruyant ?

- Oui si $H \leq C$
- Non si $H > C$. Dans ce cas, proportion d'erreur max est $H - C$.

Théorème d'existence, mais il faut trouver le code optimal.
cf. Théorie des codes pour détecter et corriger les erreur.

Utiliser partout CD, transmission numérique, cryptographie, compression mp3, jpeg, etc.

Qualité *vs.* quantité

"deux plus deux font quatre" et "deux plus deux font cinq" ont la même quantité d'information

L'essentiel n'est pas l'information proprement dites, mais le sens.

Autres domaines

- Biologie : ADN avec le code ATCG
  l'adn contient de l'information, mais l'individus n'est pas réduit à l'adn (épigénétique)
- Entropie de Bolzmann en thermodynamique
  Formules similaires mais contexte différent,
  thermo comme application de theorie de l'information

Conférence vidéo

"Claude Shannon et l'avènement de l'ère numérique",
cycle Un texte, un mathématicien, SMF,
Josselin Garnier, 2016

`https://smf.emath.fr/smf-dossiers-et-ressources/garnier-josselin-claude-shannon-et-lavenement-de-lere-numerique`

Et maintenant

Informatique quantique

1935, A. Einstein intrication quantique :
deux particules peuvent être liées même séparées à grande distance

1936, A. Turing, calculabilité :
Certains problèmes ne peuvent être calculés (problème de l'arrêt)

Nouveaux liens entre intrication quantique et calcul
Quel est la complexité d'un calcul quantique ?

Utilisation des jeux non locaux (!), et preuves interactives

cf. MIP*=RE. Zhengfeng Ji, Anand Natarajan, Thomas Vidick, John Wright, Henry Yuen, 2020.
`https://arxiv.org/abs/2001.04383`

Informatique

Science du traitement automatique de l'information

Merci à eux et autres pionnières/pionners