

Fiche 04 : Machine de Turing

Licence 3 informatique
2022 / 2023

Exercice 1 : Construire des machines de Turing

Questions :

- 1.a. Définir une machine de Turing qui reconnaît le langage rationnel sur $\{a, b, c\}$ défini par l'expression régulière $(a + b + c)^*ab$
- 1.b. Définir une machine de Turing qui reconnaît le langage sur $\{0, 1\}$ des palindromes.
- 1.c. Définir une machine de Turing qui reconnaît le langage sur $\{a, b, c\}$ définie par $\{a^n b^n c^n : n \geq 0\}$.

Exercice 2 : Langage reconnu

La machine de Turing $M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \square, F)$ est définie comme suit :

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$, $\Gamma = \{0, 1, X, Y, \square\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$, q_0 est l'état initial, $F = \{q_5\}$ et la fonction de transition δ est décrite par les quintuplets ci-dessous :

$(q_0, Y, q_0, Y, \rightarrow)(q_1, Y, q_1, Y, \rightarrow)(q_4, Y, q_4, Y, \leftarrow)(q_0, 0, q_1, X, \rightarrow)(q_1, 1, q_2, Y, \leftarrow)(q_4, X, q_0, X, \rightarrow)(q_0, \square, q_5, \square, \rightarrow)$
 $(q_2, 0, q_2, 0, \leftarrow)(q_3, 1, q_3, 1, \rightarrow)(q_0, 1, q_3, X, \rightarrow)(q_2, Y, q_2, Y, \leftarrow)(q_3, Y, q_3, Y, \rightarrow)(q_1, 0, q_1, 0, \rightarrow)(q_2, X, q_0, X, \rightarrow)$
 $(q_3, 0, q_4, Y, \leftarrow)(q_4, 1, q_4, 1, \leftarrow)$

Questions :

- 2.a. Représenter sous forme de table la machine de Turing M .
- 2.b. Quel est donc le langage $L(M)$ reconnu par M ?

Exercice 3 : Langage des mots répétés

Trouver une machine de Turing qui reconnaît les langages sur $\Sigma = \{a, b, c\}$ suivants :

$$L_{3a} = \{w c w : w \in \{a, b\}^+\}$$

$$L_{3b} = \{w w : w \in \{a, b\}^+\}$$

Exercice 4 : Calcul en unaire

A partir de l'alphabet $\Sigma = \{1\}$, on peut représenter les entiers en unaire : le nombre n se représente sur le ruban par n symboles 1 successifs suivis d'un blanc.

- 4.a. Définir la machine de Turing qui ajoute 1 à un nombre écrit en unaire.

- 4.b. Définir la machine de Turing qui calcule la somme deux nombres écrit en unaire.
- 4.c. Définir la machine de Turing qui double un nombre écrit en unaire.

Exercice 5 : Calcul en binaire

En utilisant une machine de Turing à 3 rubans,

- 5.a. Définir la machine de Turing qui calcule la somme de deux nombres écrits en binaire.
- 5.b. Définir la machine de Turing qui calcule le produit deux nombres écrit en binaire.

Exercice 6 : Problème de castor

- 6.a. Qu'est-ce que le problème du Castor Affairé?
- 6.b. Donner le castor affairé pour $n = 1$ ou 2 .