

# Fiche 06 : Problème SAT, NP-complet

Licence 3 informatique  
2022 / 2023

## Exercice 1 : Problèmes

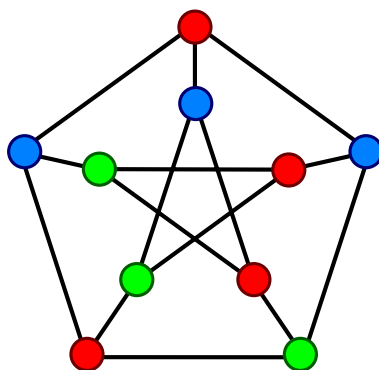
Questions :

- 1.a. Citer des problèmes de la classe de complexité P.
- 1.b. Citer des problèmes de la classe de complexité NP.

## Exercice 2 : Coloration

La coloration d'un graph consiste à colorier les nœuds d'un graphe. Le problème de  $k$ -coloration est un problème de décision qui consiste à déterminer s'il existe une coloration du graphe avec  $k$  couleurs telle que deux nœuds voisins n'aient pas la même couleur.

Le graphe ci-dessous est 3-coloriable.



Source : Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1386753>

Questions :

- 2.a. Donner des exemples de graphes 3-coloriables, et des exemples de graphe non 3-coloriables.
- 2.b. Notons  $G = (V, E)$  un graphe non orienté.  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  est l'ensemble des nœuds et  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$  l'ensemble des arêtes qui sont des couples de nœuds :  $e_i = (v_{i_1}, v_{i_2})$ .

Montrer que le problème de 3-coloration est réductible vers le problème 3-SAT.

Indice : définir des variables booléennes pour chaque noeud et chaque couleur possible. Ecrire des clauses pour indiquer que les noeuds ne peuvent avoir qu'une seule couleur. Ecrire des clauses pour indiquer que 2 noeuds voisins n'ont pas la même couleur.

### **Exercice 3 : Sudoku**

Questions :

3.a. Montrer que le problème de Sudoku est un réductible à un problème de coloration de graphe.