

Introduction aux problèmes d'optimisation et à la modélisation

Résolution de Problèmes d'Optimisation
Master 1 I2L / WeDSci

SÉBASTIEN VEREL
verel@univ-littoral.fr

<http://www-lisic.univ-littoral.fr/~verel>

Université du Littoral Côte d'Opale
Laboratoire LISIC
Equipe OSMOSE

Information

But, évaluation, objectifs, support de cours, bibliographie :

cf. siteweb : [https://www-lisic.univ-littoral.fr/~verel/
TEACHING/23-24/optimisation-M1/index.html](https://www-lisic.univ-littoral.fr/~verel/TEACHING/23-24/optimisation-M1/index.html)

Plan

- 1 Introduction
- 2 Problème d'optimisation
- 3 Méthodologie de résolution

Questions

Quels sont les grands défis de notre époque ?

De nombreux problèmes existent
que l'on peut résoudre à l'aide de calculs :

- Conception de biens (pont, avion, protéine, etc.)
- Conception de services (hospitalier, mobilité, etc.)
- Planification
- Apprentissage (forme, signaux, etc.)
- ...

Questions

Avez-vous d'autres exemples ?

Résoudre des problèmes du monde réel

Exemple de problème du monde réel

Des produits sont dans un entrepôt.

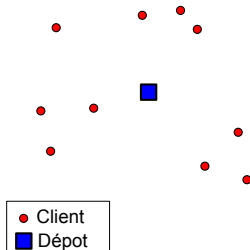
But : Livrer les produits à tous les clients.

Résoudre des problèmes du monde réel

Exemple de problème du monde réel

Des produits sont dans un entrepôt.

But : Livrer les produits à tous les clients.



Problème abstrait

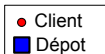
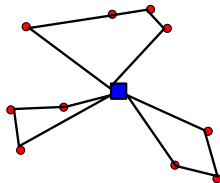
Minimiser la distance (le coût) parcourue en respectant les contraintes horaires

Résoudre des problèmes du monde réel

Exemple de problème du monde réel

Des produits sont dans un entrepôt.

But : Livrer les produits à tous les clients.



Problème abstrait

Minimiser la distance (le coût) parcourue en respectant les contraintes horaires

Résoudre des problèmes du monde réel

A travers cet exemple, on peut identifier plusieurs éléments :

- L'ensemble de tous les candidats possibles :
tous les parcours possibles
- Une fonction de coût :
distance parcourue

Le problème est résolu
lorsqu'un candidat de coût minimum est trouvé (calculé)

Résoudre des problèmes du monde réel

A travers cet exemple, on peut identifier plusieurs éléments :

- L'ensemble de tous les candidats possibles :
tous les parcours possibles
- Une fonction de coût :
distance parcourue

Le problème est résolu
lorsqu'un candidat de coût minimum est trouvé (calculé)

Questions

Avez-vous un autre exemple ?

Problème d'optimisation : définition

Définition : problème d'optimisation

Un **problème d'optimisation** est un couple (\mathcal{X}, f) avec :

- Espace de recherche : ensemble des solutions possibles,

$$\mathcal{X}$$

- fonction objectif : critère de qualité (ou de non-qualité)

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$$

Problème d'optimisation : résolution

Résoudre un problème d'optimisation

Trouver la (ou les) meilleure solution selon le critère de qualité

$$x^* = \operatorname{argmax}_{\mathcal{X}} f$$

(dans le cas de maximisation)

Contexte

Optimisation boîte noire (Black box)

Nous ne pouvons connaître que $\{(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1)), \dots\}$ donnés par un "oracle"

Aucune information sur la définition de la fonction objectif f n'est soit disponible ou soit nécessaire

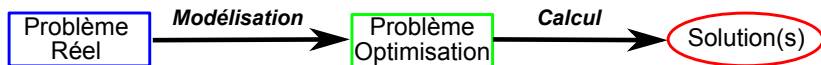


- Fonction objectif donnée par un calcul ou une simulation
- Fonction objectif peut être irrégulière, non différentiable, non continue, etc.

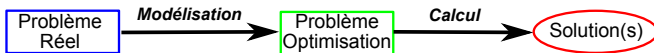
Méthodologie de résolution

2 étapes :

- Définir le problème d'optimisation
- Calculer une solution optimale (ou presque optimale)



Modélisation



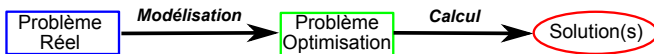
Définition : modélisation

Transformer un problème réel
en un problème abstrait d'optimisation

Modéliser

- Abstraire la réalité
- Simplifier la réalité (nombre de paramètres, “bruit”, défauts,...)
- Garder les éléments pertinents par rapport au problème à résoudre

Modélisation

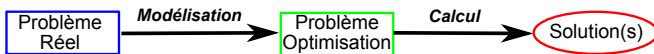


Concevoir un (bon) modèle

Rencontre entre :

- Expert du domaine
- Expert en code, représentation abstraite (informatique)

Modélisation



Concevoir un (bon) modèle

Rencontre entre :

- Expert du domaine
- Expert en code, représentation abstraite (informatique)

Outils de la modélisation informatique

- Nombres binaires, nombres entiers, nombres flottants
- Structures combinatoires (vecteur, permutation, liste, graphe,...)
- Automates, machines de calcul abstraites, etc.

Typologie des problèmes d'optimisation

Classification

- **Optimisation combinatoire** : Espace de recherche dont les variables sont discrètes (cas NP-difficile)
- **Optimisation numérique (continue)** : Espace de recherche dont les variables sont continues
- **N'entrant pas dans les deux autres catégories** : combinaison discret/continue, programme, morphologie, topologie, etc.

Méthodes de calcul, algorithmes

Algorithmes de résolution

Principal sujet de ce cours

Algorithmes, principes, comprendre pourquoi ils marchent ou pas

Question

Mais pourquoi a-t-on besoin d'algorithmes de résolution ?

Notion de complexité

Notion de complexité
pour comprendre les problèmes NP-complet, NP-difficile

Voir Cours Licence 3 Aspects Théorique de l'Informatique (ATI)

Problème d'optimisation

Définition : problème d'optimisation

Un **problème d'optimisation** est un couple (\mathcal{X}, f) avec :

- Espace de recherche : ensemble des solutions possibles,

$$\mathcal{X}$$

- fonction objectif : critère de qualité (ou de non-qualité)

$$f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$$

Résoudre un problème d'optimisation

Trouver la (ou les) meilleure solution selon le critère de qualité

$$x^* = \operatorname{argmax}_{\mathcal{X}} f$$