

Fiche 04 : Machine de Turing

Licence 3 informatique

Exercice 1 : Construire des machines de Turing

Questions :

- 1.a. Définir une machine de Turing qui reconnaît le langage rationnel sur $\{a, b, c\}$ défini par l'expression régulière $(a + b + c)^*ab$
- 1.b. Définir une machine de Turing qui reconnaît le langage sur $\{0, 1\}$ des palindromes.
- 1.c. Définir une machine de Turing qui reconnaît le langage sur $\{a, b, c\}$ définie par $\{a^n b^n c^n : n \geq 0\}$.

Exercice 2 : Langage reconnu

La machine de Turing $M = (Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \square, F)$ est définie comme suit :

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$, $\Gamma = \{0, 1, X, Y, \square\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$, q_0 est l'état initial, $F = \{q_5\}$ et la fonction de transition δ est décrite par les quintuplets ci-dessous :

$(q_0, Y, q_0, Y, \rightarrow)(q_1, Y, q_1, Y, \rightarrow)(q_4, Y, q_4, Y, \leftarrow)(q_0, 0, q_1, X, \rightarrow)(q_1, 1, q_2, Y, \leftarrow)(q_4, X, q_0, X, \rightarrow)(q_0, \square, q_5, \square, \rightarrow)$
 $(q_2, 0, q_2, 0, \leftarrow)(q_3, 1, q_3, 1, \rightarrow)(q_0, 1, q_3, X, \rightarrow)(q_2, Y, q_2, Y, \leftarrow)(q_3, Y, q_3, Y, \rightarrow)(q_1, 0, q_1, 0, \rightarrow)(q_2, X, q_0, X, \rightarrow)$
 $(q_3, 0, q_4, Y, \leftarrow)(q_4, 1, q_4, 1, \leftarrow)$

Questions :

- 2.a. Représenter sous forme de table la machine de Turing M .
- 2.b. Quel est donc le langage $L(M)$ reconnu par M ?

Exercice 3 : Langage des mots répétés

Trouver une machine de Turing qui reconnaît les langages sur $\Sigma = \{a, b, c\}$ suivants :

$$L_{3a} = \{w c w : w \in \{a, b\}^+\}$$

$$L_{3b} = \{w w : w \in \{a, b\}^+\}$$

Exercice 4 : Calcul en unaire

A partir de l'alphabet $\Sigma = \{1\}$, on peut représenter les entiers en unaire : le nombre n se représente sur le ruban par n symboles 1 successifs suivis d'un blanc.

- 4.a. Définir la machine de Turing qui ajoute 1 à un nombre écrit en unaire.
- 4.b. Définir la machine de Turing qui calcule la somme deux nombres écrit en unaire.

4.c. Définir la machine de Turing qui double un nombre écrit en unaire.

Exercice 5 : Calcul en binaire

En utilisant une machine de Turing à 3 rubans,

5.a. Définir la machine de Turing qui calcule la somme de deux nombres écrits en binaire.

5.b. Définir la machine de Turing qui calcule le produit deux nombres écrit en binaire.

Exercice 6 : Problème de castor

6.a. Qu'est-ce que le problème du Castor Affairé ?

6.b. Donner le castor affairé pour $n = 1$ ou 2 .